

Vážení a milí,

ve druhém týdnu výuky lineární algebry dokončíme 14. paragraf věnovaný determinantům.

Znění Věty 14.14 je jednoduché; její formální důkaz je obtížný jen užitou symbolikou. Podstatný je vstupní okamžik, kdy je třeba nahlédnout na násobení matic „sloupcově“ (první čtyři řádky důkazu). Užijte se označení zavedené v 14.5 a zobecnění Lemmatu 14.6 – tedy: lineární kombinace sloupců odpovídá lineární kombinaci determinantů – tento krok se provede  $n$ -krát, tj. pro každý sloupec.

Poznámku 14.15 lze vynechat.

Definice 14.16 zavádí reciprokou matici  $A_{rec}$  k matici  $A$ , ve Větě 14.17 jsou uvedeny její vlastnosti. Bezprostředně na tuto problematiku navazuje Věta 14.18, která podává nutnou a postačující podmínku pro to, aby čtvercová matice  $A$  byla invertibilní, tj. aby k ní existovala inverzní matice. Navíc věta ukazuje, jak tato inverzní matice vypadá. Povšimněte si, že se uvažuje čtvercová matice nad komutativním okruhem s jednotkovým prvkem. Užitečnost tohoto obecnějšího pojetí ukazují Důsledek 14.19.

Věta 14.21 ukazuje, jak se hodnota obdélníkové matice dá vyjádřit s pomocí determinantů. Definici 14.22 vynecháme.

Věta 14.24 představuje proslulé Cramerovo pravidlo, tj. ukazuje, jak se dá řešit soustava lineárních rovnic se čtvercovou maticí pomocí determinantů. Opět uvažujeme matice nad komutativním okruhem – a dostáváme obecnější tvrzení než to, které obvykle nacházíme v učebnicích. Důkaz, který je v učebnici uveden, je velmi názorný.

Rozmyslete si všechny příklady uvedené v tomto paragrafu. Přispějí k dobrému pochopení látky. V následujícím paragrafu jsou shrnuty metody výpočtu determinantů a uvedeny některé determinanty, které hrají roli v matematické analýze a teorii čísel. Něco z toho si předvedete na cvičeních.

\* \* \*

Dvě knihy týdne:

Leopold Infeld (1898–1968): *Vyvolenci bohů. Román o životě Evarista Galoise (1852)*. Její autor byl polský teoretický fyzik, který spolupracoval s Einsteinem. Z jejich spolupráce vznikla velmi oblíbená knížka *Fyzika jako dobrodružství poznání* (česky: 1945, 1958, 1962, 1971, 2000). Francouzský matematik Évariste Galois (1811–1832) byl geniální matematik, který výrazně ovlivnil vývoj algebry. Roku 1830 se zúčastnil revolučních bojů v Paříži, několik měsíců byl vězněn. Zemřel druhý den po souboji v necelých jednadvaceti letech.

Citát týdne:

Michelangelo Buonarroti: *Není větší ztráty nad ztracený čas.*

Mějte se co nejlíp a opatrujte se.

Zdraví J. B.

V Praze 1. března 2021