Rozšíření zobrazení g: $M \to V$ na homomorfismus f: $U \to V$.

Jestliže zobrazení f: $U \to V$ rozšiřuje zobrazení g: $M \to V$, kde M je podmnožinou množiny U, znamená to, že se f shoduje na podmnožině M se zobrazením g, tj. na M „fungují“ g a f stejně. Toto je obecná definice rozšíření zobrazení g na **zobrazení** f. Každý prvek množiny U, který neleží v množině M, je možno zobrazit na libovolný prvek množiny V. V obecném případě tedy můžeme zobrazení g rozšířit na zobrazení f **mnoha různými** způsoby (pokud má ovšem množina V dostatečně mnoho prvků: každý prvek z U, který neleží v M lze zobrazit na kterýkoli prvek množiny V).

Pro nás je však důležité, že U a V jsou **vektorové prostory** nad tělesem T, že M je **báze** a že f má být **homomorfismus**. Vektory prostoru U, které neleží v bázi M, již nemůže homomorfismus f zobrazovat libovolně. To, že je M báze a f má být homomorfismus, již jednoznačně určuje, kam se zobrazí každý vektor prostoru U. Protože je M báze, je **každý** vektor u prostoru U **jednoznačně** vyjádřen jako lineární kombinace vektorů báze M, a protože každý homomorfismus zobrazuje každou lineární kombinaci vektorů na lineární kombinaci obrazů těchto vektorů se stejnými koeficienty, je obraz $f(u)$ jednoznačně určen. Jsou-li tedy dány obrazy vektorů báze M (zobrazením g), jsou tím již určeny obrazy všech vektorů prostoru U při homomorfismu f, který zobrazení g rozšiřuje.

6. 12. 2020 J. B.