

Zkoušky z NMMA101, zimní semestr 2026/2027

Obecné podmínky

Nutnou podmínkou ke skládání zkoušky je získání zápočtu. Pokud student nezískal zápočet před konáním zkoušky, může jej dostat i za úspěšné napsání písemné části, pokud bude ohodnocena alespoň 30 body.

Zkouška se skládá z písemné a ústní části, písemná část předchází ústní části. Pokud student neuspěl u písemné části, neprospěl u tohoto termínu. Pokud student uspěl u písemné části, skládá ústní zkoušku. Pokud student třikrát neuspěl u písemné části, může jít stejně k ústní zkoušce a počítá se mu nejlepší výsledek písemky (tato možnost ale neplatí pro studenty, kteří nemají zápočet). V tom případě musí z ústní zkoušky získat více bodů, aby byl celkový součet písemné a ústní části alespoň 50 bodů.

Písemná část zkoušky

Písemná část zkoušky se skládá ze čtyřech příkladů, za které lze získat celkem 50 bodů. Příklady jsou vybrány z okruhů

- 1) Výpočet limity posloupnosti (10 bodů)
- 2) Výpočet limity funkce (často s použitím Taylorova polynomu) (10 bodů)
- 3) Průběh funkce (20 bodů)
- 4) Teoretický příklad (10 bodů)

Písemná část trvá 120 minut. Student může používat donesenou literaturu (učebnice, poznámky, zápisky ze cvičení), nelze používat mobilní telefony, kalkulačky ani jinou výpočetní techniku. Při písemné i ústní části zkoušky se student prokáže dokladem totožnosti.

Student uspěje u písemné části, pokud je jeho celkový výsledek alespoň 25 bodů.

Vzor zadání písemky

- 1) (10 bodů) Spočtete následující limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3 + \sqrt{n}} - \sqrt[3]{n^3 - 1}) \sqrt{3n^3 + 1}.$$

- 2) (10 bodů) Určete koeficienty $a, b \in \mathbf{R}$ tak, aby limita

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos ax + x \arctan bx - b}{x^4}$$

existovala vlastní. Pro tyto hodnoty a, b limitu vypočtete.

- 3) (20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \sqrt[3]{(x+2)^2} - \sqrt[3]{(x-2)^2}.$$

- 4) (10 bodů) Nechť $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ je zadaná funkce. Rozhodněte o platnosti následujících výroků (tedy ho dokažte, nebo ukažte protipříklad):

- (i) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1 \Rightarrow$ existuje $\lim_{x \rightarrow 0} f^2(x)$ a $\lim_{x \rightarrow 0} f^2(x) = 1$.
- (ii) $\lim_{x \rightarrow 0} f^2(x) = 1 \Rightarrow$ existuje $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ a $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$.
- (iii) $\lim_{x \rightarrow 0} f^3(x) = 1 \Rightarrow$ existuje $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ a $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$.

Ústní část zkoušky

Během zkouškového období bude vypsáno minimálně 5 termínů pro ústní zkoušku a právě jeden termín bude vypsán v září. Student si na zkoušce vylosuje sadu čtyř otázek. Po zhruba 30 minutách na přípravu začíná zkoušení. Pokud nemá student ještě nějaké otázky vypracované, tak dostane po prozkoušení již připraveného času na jejich dokončení. K vypracování odpovědí nelze používat jiné pomůcky než psací potřeby. Odpovědi jsou zhodnoceny a obodovány zkoušejícím.

Skladba otázek a počty bodů :

- 1) Klíčový pojem (neboduje se)
- 2) Tři definice nebo znění věty (každá otázka za 4 body)
- 3) Lehká věta a důkaz (4 body za znění a 8 bodů za důkaz)
- 4) Těžká věta a důkaz (4 body za znění a 12 bodů za důkaz)

Seznamy klíčových pojmů, definic, lehkých a těžkých vět budou k dispozici na konci semestru. Za nezbytnou součást znalosti definic respektive vět se považuje jejich porozumění a schopnost je používat. Nezbytnou podmínkou ke složení zkoušky je znalost klíčového pojmu a získání alespoň 25 bodů z této části ústní části.

Pokud je součet bodů za písemnou a ústní část alespoň 60 bodů, dostane student ještě doplňkovou otázku na implikace za maximálně 10 bodů.

Vzor zadání otázek

Ústní zkouška:

- 1) Spojitost funkce v bodě zleva (0 bodů)
- 2) Limita posloupnosti, supremum množiny, věta o aritmetice pro limity posloupností (12 bodů)
- 3) Lagrangeova věta (12 bodů)
- 4) derivace složené funkce (16 bodů)

Implikace:

I) Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Příslušná tvrzení dokažte, nebo uveďte protipříklad.

- (1) Posloupnost $\{a_n\}$ je monotónní.
- (2) Posloupnost $\{a_n^2\}$ je monotónní.
- (3) Posloupnost $\{a_n\}$ má limitu.

Celkové hodnocení zkoušky

- 1) Nezbytnou podmínkou ke složení zkoušky je znalost klíčového pojmu.
- 2) Student složí zkoušku, pokud získá alespoň 25 bodů z písemné zkoušky, alespoň 25 bodů z ústní zkoušky a prokáže znalost klíčového pojmu.
- 3) K celkovému hodnocení známkou výborně je potřeba získat alespoň 85 bodů, z toho alespoň 25 bodů za písemnou a alespoň 25 bodů za ústní část.
- 4) K celkovému hodnocení známkou velmi dobře je potřeba získat alespoň 70 bodů, z toho alespoň 25 bodů za písemnou a alespoň 25 bodů za ústní část.

Zde naleznete koncem semestru seznam všech klíčových pojmů, definice, lehkých a těžkých vět.