

## Matematická analýza pro informatiky, LS 18/19

*Příklady na cvičení 11 (10.5.2019)*

1. Ukažte, že rovnice  $F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$  určuje v nějakém okolí bodu  $a = (1, 1, 1)$  implicitní funkci  $z = \varphi(x, y)$ . Spočtěte parciální derivace funkce  $\varphi$  podle proměnných  $x, y$  v bodě  $(1, 1)$ .
2. Ukažte, že rovnice  $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y}$  určuje v nějakém okolí bodu  $a = (0, 1, 1)$  implicitní funkci  $z = \varphi(x, y)$ . Spočtěte parciální derivace funkce  $\varphi$  podle proměnných  $x, y$  v bodě  $(0, 1)$ .
3. Ukažte, že soustava  $xe^{u+v} + 2uv - 1 = 0$ ,  $ye^{u-v} - \frac{u}{1+v} - 2x = 0$  určuje v nějakém okolí bodu  $(x, y, u, v) = (1, 2, 0, 0)$  implicitní zobrazení  $(z \in \mathbb{R}^2 \text{ do } \mathbb{R}^2)$   $(u, v) = \varphi(x, y)$ . Spočtěte Jacobiho matici zobrazení  $\varphi$  v bodě  $(1, 2)$ .
4. Vyšetřete lokální extrémy funkce  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z$ .
5. Vyšetřete lokální extrémy funkce  $f(x, y, z) = 2xy^2 - 4xy + x^2 + z^2 - 2z$ .

Řešení:

4.  $A = [-1, -2, 3]$ , lokální minimum.
5.  $A = [0, 0, 1]$  sedlový bod,  $B = [0, 2, 1]$  sedlový bod,  $C = [1, 1, 1]$  lokální minimum.