# Číselné řady

## Číselné řady s nezápornými členy

1. Nalezněte $n$-tý částečný součet a součet řady
$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \,.$$
2. Spočtěte
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{[\frac{n}{2}]}}{2^n} \,.$$
3. Spočtěte
$$\sum_{n=1}^{\infty} (a+nd)q^n \,, \quad a, d \in \mathbb{R} \,, \quad |q| < 1 \,.$$

Sečtěte

4. $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)} \,.$$
5. $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} \,.$$
6. Na základě elementárních úvah rozhodněte zda řady konvergují či divergují
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n(n+2)}$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4n} \,.$$

Použitím kritérií pro konvergenci řad s nezápornými členy rozhodněte o konvergenci či divergenci následujících řad. Pokud řada obsahuje parametry, proveďte vzhledem k nim diskusi

7.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}\Big(\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}\Big)$$

8.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln n}}$$

9.

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln \ln n}}$$

10.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+\frac{1}{n}}}{(n+\frac{1}{n})^n}$$

11.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n!)}{(n)^{\alpha}}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

12.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n^{n^{\alpha}} - 1), \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

13.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n^{\frac{1}{n^2+1}} - 1)$$

14.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdots (3n-1)}{1 \cdot 5 \cdot 9 \ldots (4n-3)}$$

15.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}$$

16.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(\frac{\pi}{3} + \frac{1}{n})^n}$$

17.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n^2+n+1)^{\frac{n}{2}}}$$

18.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^p}, \quad p \in \mathbb{R}$$

19.

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^p(\ln \ln n)^q}, \quad p, q \in \mathbb{R}$$

20.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{e}^{-\sqrt[3]{n}}$$

21.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{p(p+1)\cdots(p+n-1)}{n!} \frac{1}{n^q}, \quad p, q \in \mathbb{R}$$

22.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \Big(\frac{1 \cdot 3 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdots 2n}\Big)^p, \quad p \in \mathbb{R}.$$