

Posloupnosti a řady funkcí

Řady funkcí

Najděte obor absolutní a neabsolutní bodové konvergence řad funkcí:

1.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln^n x$$

2.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}$$

3.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^n$$

4.

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2^n} \right)$$

5.

$$\sum_{n=1}^{\infty} e^{-nx} \cos x$$

6.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^p}, \quad p \in \mathbb{R}$$

7.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+y^n}, \quad y \in \mathbb{R}_0^+$$

Zjistěte, zda řady funkcí konvergují stejnoměrně na daných intervalech:

8.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (1-x)x^n \quad \text{a) } [0, 1] \quad \text{b) } \left[0, \frac{999}{1023}\right]$$

9.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{\sqrt[3]{n^2 + x^2}} \quad \text{a) } [\epsilon, 2\pi - \epsilon], 0 < \epsilon < \pi, \quad \text{b) } [0, 2\pi]$$

10.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{1 + n^4 x^2} \quad \text{a) } [-K, K], K > 0, \quad \text{b) } (-\infty, \infty)$$

11.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{x^2}{n \ln^2 n}\right) \quad \text{a) } [-K, K], K > 0, \quad \text{b) } (-\infty, \infty)$$

12.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \sqrt[n]{x^2} \quad \text{a) } [0, K], K > 0, \quad \text{b) } [0, \infty)$$

13.

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^\alpha e^{nx}, \alpha \in \mathbb{N}_0 \quad \text{a) } (-\infty, -1] \quad \text{b) } [-1, 0] \quad \text{c) } [0, 1]$$

14.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin(\pi \sqrt{x^2 + k^2}) \sqrt[n]{\frac{x^2}{1 + x^2}}, \quad k \in \mathbb{R} \quad (-\infty, \infty)$$

15.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + \sin x} \quad \text{a) } [-K, K], K > 0, \quad \text{b) } (-\infty, \infty)$$

16.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} x \ln\left(\frac{x}{n}\right) \quad \text{a) } (0, K], K > 0, \quad \text{b) } (0, \infty)$$

17.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-1}{n+1} \frac{1}{\sqrt[100]{n}} e^{-nx} \quad \text{a) } [0, K], K > 0, \quad \text{b) } [0, \infty)$$