

Sylabus přednášky MAF061 (Matematika pro fyziky I)

1. Posloupnosti a řady funkcí

- bodová a stejnoměrná konvergence
- kritéria stejnoměrné konvergence posloupností funkcí
- kritéria stejnoměrné konvergence řad funkcí (Weierstraß, Leibniz, Abel, Dirichlet)
- záměna limit, derivace a integrál posloupností a řad funkcí
- aplikace stejnoměrné konvergence: důkaz lokální existence řešení soustav ODR 1. řádu pro lipschitzovskou pravou stranu

2. Lebesgueův integrál

- σ -algebry, míry (základní vlastnosti, úplná míra)
- konstrukce Lebesgueovy míry, vnější Lebesgueova míra, měřitelné množiny, zúžení vnější míry, základní vlastnosti Lebesgueovy míry
- měřitelné funkce, základní vlastnosti
- jednoduché funkce, věta o aproximaci měřitelných funkcí pomocí jednoduchých funkcí
- integrál jednoduché nezáporné funkce
- obecná definice integrálu, základní vlastnosti (linearita, absolutní konvergence, integrál jako množinová funkce)
- limitní přechod za integračním znaméním (Fatouovo lemma, Léviho a Lebesgueova věta)
- vztah mezi Riemannovým, Newtonovým a Lebesgueovým integrálem
- integrály závislé na parametru (spojitost, derivace integrálu podle parametru)
- věta o substituci a věta Fubiniho
- dvě zobecnění: nevlastní Lebesgueův integrál a integrál ve smyslu hlavní hodnoty
- Eulerovy Γ - a B funkce

3. Lebesgueovy prostory

- definice L^p prostorů, Hölderova, Cauchy–Schwarzova a Minkovského nerovnost, úplnost L^p prostorů
- různé typy konverencí
- husté podmnožiny v Lebesgueových prostorech, separabilita
- regularizátor, jeho vlastnosti, spojitost v průměru v p -té mocnině, věta o Lebesgueových bodech

4. Klasická teorie křivkového a plošného integrálu

- křivky v \mathbb{R}^N , křivkový integrál 1. a 2. druhu, vlastnosti křivkového integrálu
- potenciálnost vektorového pole a souvislost s křivkovým integrálem
- k -plochy v \mathbb{R}^N , plošný obsah rovinných množin v \mathbb{R}^N , Grammova matice
- vektorový součin vektorů, plošný obsah jednoduché k -plochy, plošný integrál 1. a 2. druhu, zobecněné plochy
- Gauß–Ostrogradského věta, Greenova věta, Stokesova věta
- postačující podmínky existence potenciálu

5. Fourierovy řady

- abstraktní Fourierovy řady, Besselova nerovnost, Parsevalova rovnost, Riesz–Fischerova věta
- izomorfismus separabilních Hilbertových prostorů s ℓ_2 , věta o ortogonální projekci
- trigonometrický systém, jeho úplnost, bodová a stejnoměrná konvergence Fourierových řad podle trigonometrického systému