

Počtní část zkoušky 25.5.2023

Jméno:

Skupina:

1. (10b) Rozviňte funkci

$$f(x) = \cosh x|_{[-\pi, \pi]}$$

do příslušné trigonometrické řady. Určete, kde konverguje příslušná řada bodově, lokálně stejnoměrně a stejnoměrně. Totéž určete i pro formálně derivovanou řadu člen po členu. Odůvodněte!

2. (23b) V závislosti na parametru $a \in \mathbb{R}$ určete, v jakém smyslu konverguje integrál

$$\int_0^\infty \frac{\ln x}{x^2 - a} dx.$$

Pro všechny hodnoty, pro které má integrál smysl, ho spočtěte.

3. (15b) Spočtěte

$$\mathcal{F}\left(\frac{\sin x}{x}\right).$$

V jakém smyslu Fourierovu transformaci počítáte? Okomentujte!

4. (12b) (i) Ukažte, že distribuce (limita je ve smyslu slabé* konvergence na $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$)

$$H_{x^{-2}} := \lim_{\lambda \rightarrow -2} H_{|x|^\lambda}$$

je dobře definovaná.

- (ii) Ukažte, že

$$H_{x^{-2}} = H_{\text{f.p. } \frac{1}{x^2}},$$

kde

$$\langle H_{\text{f.p. } \frac{1}{x^2}}, \varphi \rangle = \text{p.v.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi(x) - \varphi(0)}{x^2} dx.$$