

1. Fourierovou metodou separace proměnných nalezněte řešení úlohy

$$\partial_t u - \partial_{xx} u = \sin(tx) \quad \text{na } (0, \infty) \times (0, 1)$$

splňující počáteční podmínku

$$u(0, x) = (e^x - 1)(x - 1) \quad \text{na } (0, 1)$$

a okrajové podmínky

$$u(t, 0) = u(t, 1) = 0 \quad \text{na } (0, \infty).$$

2. Fourierovou metodou separace proměnných nalezněte řešení úlohy

$$\partial_{tt} u - c^2 \Delta u = 0 \quad \text{na } (0, \infty) \times B_1(0),$$

$B_1(0) \subset \mathbb{R}^3$, splňující počáteční podmínku

$$\begin{aligned} u(0, x) &= |x|(1 - |x|)^2 && \text{na } B_1(0) \\ \partial_t u(0, x) &= \sin(2\pi|x|) && \text{na } B_1(0) \end{aligned}$$

a okrajovou podmínku

$$u(t, x) = 0 \quad \text{na } (0, \infty) \times \partial B_1(0).$$