15c) Vektory $\underline{r}_1, \underline{r}_2, \underline{r}_3$ leží v rovině oběhu procházející sluncem

Proto $\underline{r}_2 = \alpha \underline{r}_1 + \beta \underline{r}_3$ pro neznámé parametry α, β.

Jejich geometrický význam je $\alpha = \frac{n_{23}}{n_{13}}$ $\beta = \frac{n_{12}}{n_{13}}$

Lze odvodit z geometrického významu vektorového součinu

$$\underline{r}_2 * \underline{r}_3 = \alpha(\underline{r}_1 * \underline{r}_3) + \beta(\underline{r}_3 \times \underline{r}_3), \quad \underline{r}_3 \times \underline{r}_3 = \underline{0}$$

tedy $\alpha = \frac{\|\underline{r}_2 \times \underline{r}_3\|}{\|\underline{r}_1 \times \underline{r}_3\|} = \frac{n_{23}}{n_{13}}$

Podobně $\underline{r}_1 \times \underline{r}_2 = \underbrace{\alpha(\underline{r}_1 \times \underline{r}_1)}_{0} + \beta(\underline{r}_1 \times \underline{r}_3)$ $\beta = \frac{\|\underline{r}_1 \times \underline{r}_2\|}{\|\underline{r}_1 \times \underline{r}_3\|}$

15 d) Do rovnice $\alpha \underline{r}_1 - \underline{r}_2 + \beta \underline{r}_3 = \underline{0}$ dosadíme za $\underline{r}_1, \underline{r}_2, \underline{r}_3$

$$\alpha(\underline{a}_1 + \rho_1 \underline{b}_1) - (\underline{a}_2 + \rho_2 \underline{b}_2) + \beta(\underline{a}_3 + \rho \underline{b}_3) = \underline{0}, \text{ tj:}$$

(*) $$\rho_1(\alpha \underline{b}_1) - \rho_2 \underline{b}_2 + \rho_3(\beta \underline{b}_3) = -\alpha \underline{a}_1 + \underline{a}_2 - \beta \underline{a}_3$$

skalárně vynásobíme s $\underline{b}_2 \times \underline{b}_3$

$$\rho_1 (\alpha \underline{b}_1) \cdot (\underline{b}_2 \times \underline{b}_3) - \rho_2 \underbrace{\underline{b}_2 \cdot (\underline{b}_2 \times \underline{b}_3)}_{0} + \rho_3 \underbrace{(\beta \underline{b}_3) \cdot \underline{b}_2 \times \underline{b}_3}_{0} =$$

$$= -\alpha \underline{a}_1 \cdot (\underline{b}_2 \times \underline{b}_3) + \underline{a}_2 \cdot (\underline{b}_2 \times \underline{b}_3) - \beta \underline{a}_3 (\underline{b}_2 \times \underline{b}_3)$$

$$\alpha \rho_1 \det(\underline{b}_1 | \underline{b}_2 | \underline{b}_3) = -\alpha \det(\underline{a}_1 | \underline{b}_2 | \underline{b}_3) + \det(\underline{a}_2 | \underline{b}_2 | \underline{b}_3) - \beta \det(\underline{a}_3 | \underline{b}_2 | \underline{b}_3), \text{ tj:}$$

$$\rho_1 \det(b_1 | b_2 | b_3) = -\det(\underline{a}_1 | \underline{b}_2 | \underline{b}_3) + \frac{1}{\alpha} \det(\underline{a}_2 | \underline{b}_2 | \underline{b}_3) - \frac{\beta}{\alpha} \det(\underline{a}_3 | \underline{b}_2 | \underline{b}_3)$$

15 e) Jde o řešení pomocí Cramerova pravidla.

Násobením s $\underline{b}_3 \times \underline{b}_1$ dostaneme

$$\rho_2 \cdot \det(\underline{b}_1|\underline{b}_2|\underline{b}_3) = \alpha \cdot \det(\underline{a}_1|\underline{b}_3|\underline{b}_1) - \det(\underline{a}_2|\underline{b}_3|\underline{b}_1) +$$
$$+ \beta \det(\underline{a}_3|\underline{b}_3|\underline{b}_1)$$

$$\rho_3 \cdot \det(\underline{b}_1|\underline{b}_2|\underline{b}_3) = -\frac{\alpha}{\beta} \det(\underline{a}_1|\underline{b}_1|\underline{b}_2) + \frac{1}{\beta} \det(\underline{a}_2|\underline{b}_1|\underline{b}_2)$$
$$- \det(\underline{a}_3|\underline{b}_1|\underline{b}_2)$$

Dále Gauss vychází z rovnice

$$\rho_2 = \alpha \frac{\det(\underline{a}_1|\underline{b}_3|\underline{b}_1)}{\det(\underline{b}_1|\underline{b}_2|\underline{b}_3)} - \frac{\det(\underline{a}_2|\underline{b}_3|\underline{b}_1)}{\det(\underline{b}_1|\underline{b}_2|\underline{b}_3)} + \beta \frac{\det(\underline{a}_3|\underline{b}_2|\underline{b}_1)}{\det(\underline{b}_1|\underline{b}_2|\underline{b}_3)}$$

připomeňme $\alpha = \frac{n_{23}}{n_{13}}$, $\beta = \frac{n_{12}}{n_{13}}$

15 f) Přirozený postup je aproximovat neznámé parametry α, β pomocí poměrů ploch úseků

$$\alpha = \frac{n_{23}}{n_{13}} \approx \frac{A_{23}}{A_{13}} = \frac{k(t_3 - t_2)\sqrt{p}}{k(t_3 - t_1)\sqrt{p}} = \frac{t_3 - t_2}{t_3 - t_1}$$

$$\beta = \frac{n_{12}}{n_{13}} \approx \frac{A_{12}}{A_{13}} = \frac{t_2 - t_1}{t_3 - t_1}$$

protože časy t_1, t_2, t_3 známe, tak získáme první odhad δ_1, δ_2, δ_3, čili vektory $\underline{r}_1, \underline{r}_2, \underline{r}_3$ ....

Ukážeme si, proč to nemůže fungovat a jak to napravit