

# Matematika v prevenci finančních krizí

Matematické problémy nematematiků

Pavel Doležel, Business Consulting  
Reframe your future | [ey.com](https://ey.com)



The better the question. The better the answer.  
The better the world works.



**EY**

Building a better  
working world

1	Jak vznikají finanční krize? Bankovníctví, Bankovní regulace	04
2	Jak funguje komerční banka? Účetnictví banky, Multiplikace depozit	07
3	Jak řídíme úvěrové riziko? IRB, IFRS9, Rizikové parametry, ECL, RWA	09
4	Jakým matematickým problémům čelíme? MoCs, Scénáře, Segmentace, TTC vs. PIT, FLI	15
5	Kde vidím nedostatky? Předpoklady modelů, Praktické problémy	38
6	Jaké jsou aktuální trendy? ESG, Strojové učení, Umělá inteligence	40
7	Jak vidím budoucnost oboru? Fair lending, VIR modely, Profitabilita klienta	42

# Pavel Doležel

Nematematický úvod

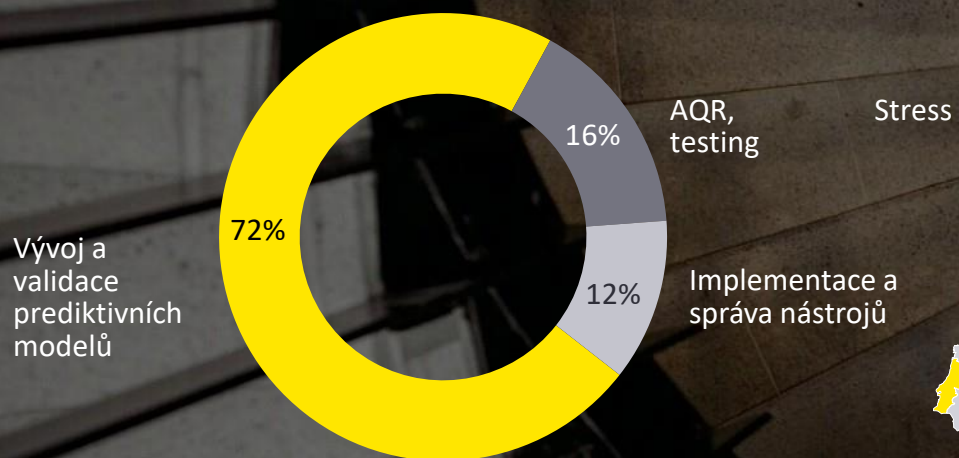
Matematické metody a problémy

- ▶ Senior Manager v EY
- ▶ 18 let praxe v bankovním sektoru a poradenství (Moneta, KB, PPF, EY)
- ▶ Zaměření na řízení úvěrových rizik a bankovní regulaci
- ▶ Studium: matematika (MFF UK), ekonomické teorie (IES FSV UK) a finance/účetnictví (ESF MU)

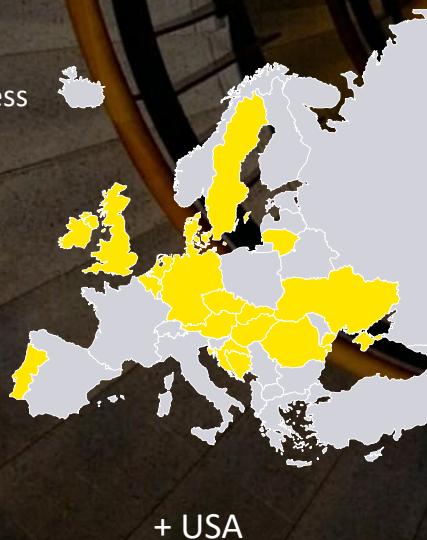
# Tým řízení úvěrových rizik v EY

- ▶ Sídlíme v Praze ve Florentinu
- ▶ Nyní necelých 30 lidí v pražské kanceláři a asi 10 lidí v kanceláři v Bratislavě
- ▶ Pracujeme převážně na projektech v EU, UK, USA a postupně i v dalších regionech
- ▶ Našimi klienty jsou většinou banky a finanční instituce

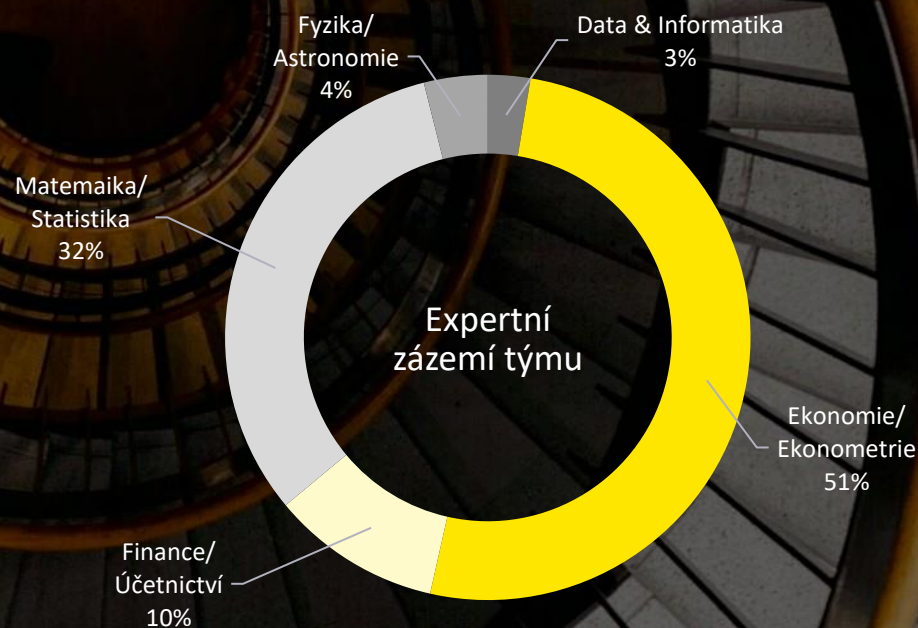
## Co děláme (2021)



## Kde působíme (2021)



## Jaké máme zázemí (2023)



# Jak vznikají finanční krize?



## Jak vznikají finanční krize?

---

Finanční krize může vzniknout z mnoha různých důvodů (nenadálé události s nimiž nebylo při řízení rizik počítáno – válka, pandemie, panika, atd.).

Existuje mnoho typů finančních krizí. Jsou ale většinou vzájemně provázány.

My se zabýváme pouze těmi, které vychází z bankovního prostředí.

Banky čelí mnoha typům rizik od reputačního, právního až po tržní a úvěrové.

Tato rizika mohou vést ke dvěma zcela odlišným typům ukončení činnosti banky:

- „run na banku“ - střadatelé vybírají překotně své vklady
- „bankrot v důsledku příliš velkého objemu nesplácených úvěrů“

Náš tým se zabývá primárně druhou formou úpadku a proto si budeme povídat o ní.

# Jak vznikají finanční krize?

Na který krok se p  
kreditních rizik?

Subprime mortga  
primárně důsledk  
úvěrových rizik a j  
našeho počínání.

Jedním z důsledků  
vytvoření nových  
které sjednocují ři

Bankovní dohled provádí v EMU Evropská centrální banka. V případě zemí v EU, ale mimo EMU, lokální regulátor (např. ČNB). V případě, kdy jde o regulaci lokální bankovní entity s matkou sídlící v EMU, provádí regulaci společně ECB a lokální regulátor. Detailní pravidla dohledu by ale vydala skoro na samostatnou přednášku.

- ▶ EBA Guidelines
- ▶ EBA Regulatory technical standards
- ▶ ECB Guide on internal models
- ▶ ECB Instructions for reporting the validation results of internal models
- ▶ ECB Working papers
- ▶ CRR Regulation
- ▶ Basel Committee on Banking Supervision (Basel III, Basel IV)
- ▶ IFRS (Mezinárodní účetní standardy – zejména IFRS9)
- ▶ Zákon o účetnictví
- ▶ Prováděcí vyhláška k účetnictví pro banky
- ▶ atd.

Negative  
Effects on  
Economy

- Home building declines
- Downward pressure on consumption as household wealth declines

Mortgage  
Cash Flow  
Declines

Bank  
Losses

... retained  
backed securities (MBS)  
els ("leverage")

Systemic  
Rescue

- Emergency Economic Stabilization Act (\$700B Bailout)
- Bank recapitalizations globally

**EBA** | EUROPE  
BANKING  
AUTHORITY



Zdroj: Wikipedie

2

Jak funguje  
komerční  
banka?

# Jak funguje komerční banka?

Co je cílem komerční banky?

Realizace zisku – jde o komerční subjekt

Co je majetkem komerční banky?

Především úvěry (pohledávky)

Jaké jsou zdroje komerční banky?

Především depozita (vklady)

Půjčky od jiných bank, vč. centrálních

Vlastní kapitál (majetek vlastníků)

Proč jsou banky tak silně regulovány a kontrolovány?

Jednak proto, že jejich činnost má obvykle významný vliv na chod celé ekonomiky a jednak proto, že operují s cizími penězi (penězi drobných i větších střadatelů). Ovlivňují ale výrazně i množství peněz v ekonomice a tím i cenovou hladinu.

Jak banky ovlivňují množství peněz v ekonomice?

Prostřednictvím tzv. multiplikace depozit







Jak řídíme  
úvěřové riziko?

# Jak řídíme úvěrové riziko?

Existují tři hlavní oblasti, kterými se zabývá útvar řízení úvěrových rizik. Jedna se týká majetku (Assets), druhá se týká zdrojů (Liabilities) a třetí jde napříč účetnictvím banky.

- ▶ Majetek banky by měl být v účetnictví oceněn na svoji „skutečnou“ hodnotu, aby nebyl systematicky nadhodnocen.

- ▶ Hlavním majetkem banky jsou úvěry a pokud musí očekávat neočekávanou ztrátu (Expected loss).

- ▶ Tento proces je předmětem tzv. oprávkování, výpočtu opravných položek.

BALANCE SHEET	
ASSETS	LIABILITIES
What the bank owns (Branch buildings, computers, cash in their tills, government bonds, other financial assets etc)	Everything the bank owes to other people (or other banks)
+ What people owe to the bank (Loans, mortgages, overdrafts etc)	+ Whatever's left for the shareholders (Shareholder equity)

- ▶ Napříč celým fungováním banky se projevuje schvalovací proces.
- ▶ Na rozdíl od oprávkování a kapitálového požadavku, tento proces s čím většími zisky banky, tj. její ziskovostí a tím její expozicí úvěrovému riziku.
- ▶ Je předmětem tzv. reject inference.

- ▶ Pokud dojde k neočekávané ztrátě, banka musí mít vlastní zdroje, z nichž tuto neočekávanou ztrátu bude schopna pokrýt pro neočekávané ztráty až do výše, jejíž překročení je velmi málo pravděpodobné.

- ▶ K tomuto slouží stanovení tzv. minimálního kapitálového požadavku.

- ▶ Tento proces je hlavním předmětem regulace.

# Jak řídíme úvěrové riziko?

Dále se řízení úvěrových rizik zabývá i dalšími oblastmi, např.:



Stress testing



Asset Quality Review



Audit support



Underwriting process (AML, Fraud protection, Client identification, Client income verification, etc.)



Due Diligence

# Jak řídíme úvěrové riziko?

Co měříme?

Životní dráha úvěru

**Ted'**

**Ted' + 12 měsíců**

**Konec splácení**

Default (selhání) je přesně definovaná událost, od které začínáme měřit ztrátu – tato definice je poměrně komplikovaná a je předmětem regulace (věnuje se jí celý dokument EBA/GL/2016/07). Podíl klientů, kteří se za dané období alespoň jednou dostanou do stavu defaultu na všech klientech značíme DR (Default Rate).

Po defaultu nastává proces vymáhání – měříme jakou část z dlužné částky se podaří vymoci

U revolvingových úvěrů (tj. úvěrů umožňujících čerpání až do výše přiznaného limitu) měříme navíc jaká část zbývajících limitu byla načerpána mezi referenčním datem a defaultem

Z těchto měření na historických datech jsme schopni odhadovat budoucí chování klientů

# Jak řídíme úvěrové riziko?

---

Co predikujeme?

Životní dráha úvěru



Pravděpodobnost defaultu (PD): Pravděpodobnost, že pro daného klienta/úvěr, nastane default v příštích 12ti měsících

Ztráta podmíněná defaultem (LGD): Podíl expozice v defaultu, který se nepodaří vymoci v rámci vymáhacího procesu za podmínky, že k defaultu dojde v příštích 12ti měsících

Kreditní konverzní faktor (CCF): Podíl aktuálně nečerpané části limitu, který bude načerpán do okamžiku defaultu za podmínky, že k defaultu dojde v příštích 12ti měsících

# Jak řídíme úvěrové riziko?

Pravděpodobnost defaultu, ztrátu podmíněnou defaultem a kreditní konverzní faktor nazýváme rizikovými parametry a odhadujeme je jak pro potřeby oprávkování, tak pro potřeby výpočtu kapitálového požadavku

Schvalovací proces je stále především otázkou pravděpodobnosti defaultu

Oprávkování (IFRS9)

$$ECL_{PL} = \sum_{s=1}^S P_S (PD_S \cdot LGD_S \cdot EAD_S)$$

$$EAD_S = EXP + CCF_S \cdot (LIMIT - EXP)$$

$P_S$  je pravděpodobnost, že nastane scénář  $s$

$$ECL_{NPL} = \sum_{s=1}^S P_S (ELBE_S \cdot EAD_S)$$

Kapitálový požadavek (IRB)

$$RWA_{PL} = 12.5 \cdot 1.06 \cdot EAD \cdot LGD \cdot \left( \Phi \left( \sqrt{\frac{1}{1-R}} \Phi^{-1}(PD) \right) + \sqrt{\frac{R}{1-R}} \Phi^{-1}(0.999) \right) - PD$$

$$RWA_{NPL} = EAD \cdot \max\{0, 12.5(LGD - EL_{BE})\}$$

$R$  je „correlation of assets“

4

Jakým  
matematickým  
problémům  
čelíme?

•

# Jakým matematickým problémům čelíme?

## PD

1

Forward Looking Information

Konzervativní marže

Segmentace portfolia

Pravděpodobnost scénáře

Kalibrační segmentace

Ratingová filosofie

## LGD

2

Forward Looking Information

Konzervativní marže

Segmentace portfolia

5  
Odhad budoucích plateb

3  
Kalibrační segmentace

4  
Bimodální rozdělení

## CCF

Forward Looking Information

Konzervativní marže

Segmentace portfolia

Oblast sensitivity

Kalibrační segmentace

Extrémní hodnoty

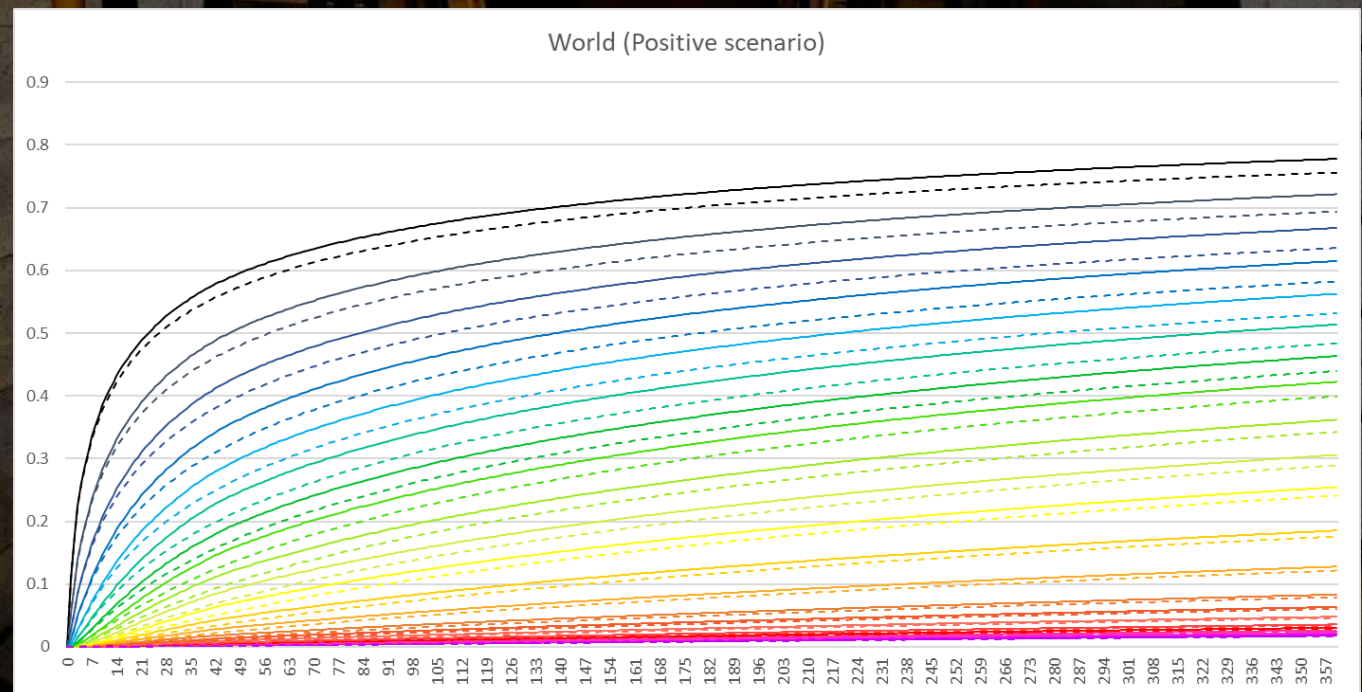


# 1 Forward Looking Information

- ▶ Principem tzv. **Forward Looking Information** úpravy je zohlednění očekávaného makroekonomického prostředí v blízké budoucnosti při oprávkování (tj. jedná se o požadavek IFRS9)
- ▶ Na rozdíl od kapitálových modelů, které se snaží vést k co nejméně volatilním odhadům rizika přes ekonomický cyklus (tzv. **Through-the-cycle rating - TTC**), oprávkovací modely se snaží o co nejpřesnější aktuální odhad v závislosti na aktuálním a budoucím stavu ekonomiky (tzv. **Point-in-time rating – PIT**)

- ▶ FLI vede k úpravě **lifetime PD křivek** pro jednotlivé ratingové třídy\*, (viz obrázek vpravo) pro jeden konkrétní makroekonomický scénář (posun je vidět na rozdílech mezi plnými a čárkovanými křivkami Kumulativních PD křivek)

\*Ratingovou třídou je míněn homogenní subsegment portfolia, který se vyznačuje určitou předem danou mírou rizika (hodnotou DR)



# 1 Forward Looking Information

- ▶ Forward looking information („vpředhledící“ informace) je obvykle založena na aplikaci **Mertonova-Vašíčkova jedno-faktorového modelu** (i když pochopitelně i více sofistikované modely jsou k dispozici – např. Macro Gcorr model od Moody's)
- ▶ Základem Mertonova-Vašíčkova modelu je následující rovnice modelu:

$$X = \sqrt{1 - \rho} * Y + \sqrt{\rho} * Z$$

Y reprezentuje tzv. idiosynkratický faktor

Z reprezentuje tzv. systematický faktor

$\rho$  reprezentuje korelaci (citlivost na systematický faktor)

- ▶ Předpokladem modelu je, že X, Y a Z jsou normovaně normálně rozdělené náhodné veličiny a Y a Z jsou nezávislé.
- ▶ Proměnná X se interpretuje jako standardizovaná hodnota firmy, která je složena z idiosynkratické (inherentní vlastnost firmy) a systematické (faktor prostředí daný aktuálním stavem prostředí - ekonomiky) složky.
- ▶ Parameter rho se stanovuje pro každé portfolio zvlášť.

# 1 Forward Looking Information

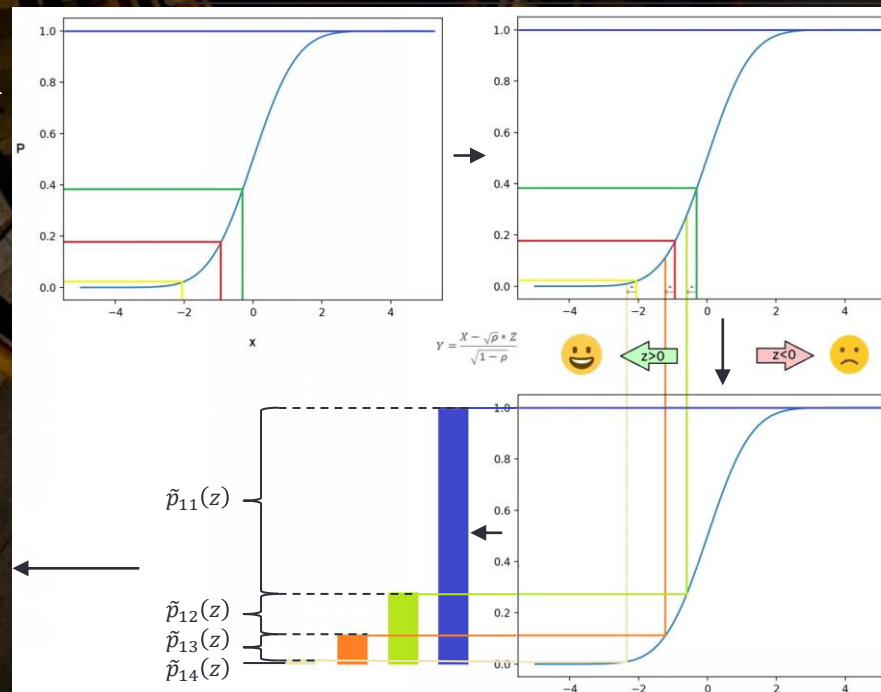
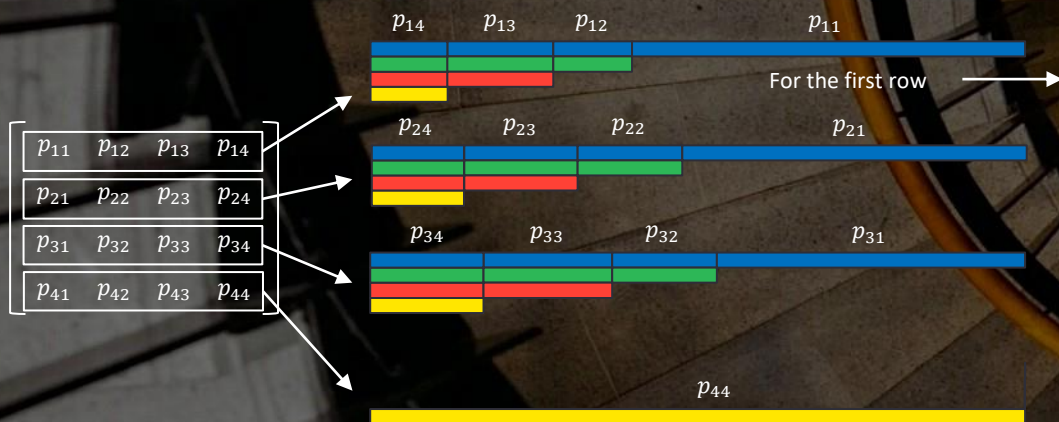
Nechť  $p_{i,j}$  je prvek matice pravděpodobností přechodů v  $i$ -tém řádku a  $j$ -tém sloupci (jde o pravděpodobnost migrace z ratingové třídy  $i$  do ratingové třídy  $j$  během jednoho roku). Definujme nyní:

$$x_{i,j} := \Phi^{-1} \left( \sum_{k=0}^{n-j} p_{i,n-k} \right) \Rightarrow p_{i,j} = \Phi(x_{i,j}) - \Phi(x_{i,j+1})$$

Merton-Vašíček  $\Rightarrow Y = \frac{X - \sqrt{\rho} * Z}{\sqrt{1 - \rho}}$

$$\Delta(x_{i,j+1}, x_{i,j}, Z^t) = \Phi \left( \frac{x_{i,j} - \sqrt{\rho} * Z^t}{\sqrt{1 - \rho}} \right) - \Phi \left( \frac{x_{i,j+1} - \sqrt{\rho} * Z^t}{\sqrt{1 - \rho}} \right)$$

Pravděpodobnost přechodu z ratingové třídy  $i$  do ratingové třídy  $j$  za podmínky hodnoty systematického faktoru  $Z$



Transition matrix after the systematic factor shift:

$$\tilde{\mathbb{P}}(z) := \begin{bmatrix} \tilde{p}_{11}(z) & \tilde{p}_{12}(z) & \tilde{p}_{13}(z) & \tilde{p}_{14}(z) \\ \tilde{p}_{21}(z) & \tilde{p}_{22}(z) & \tilde{p}_{23}(z) & \tilde{p}_{24}(z) \\ \tilde{p}_{31}(z) & \tilde{p}_{32}(z) & \tilde{p}_{33}(z) & \tilde{p}_{34}(z) \\ \tilde{p}_{41}(z) & \tilde{p}_{42}(z) & \tilde{p}_{43}(z) & \tilde{p}_{44}(z) \end{bmatrix}$$

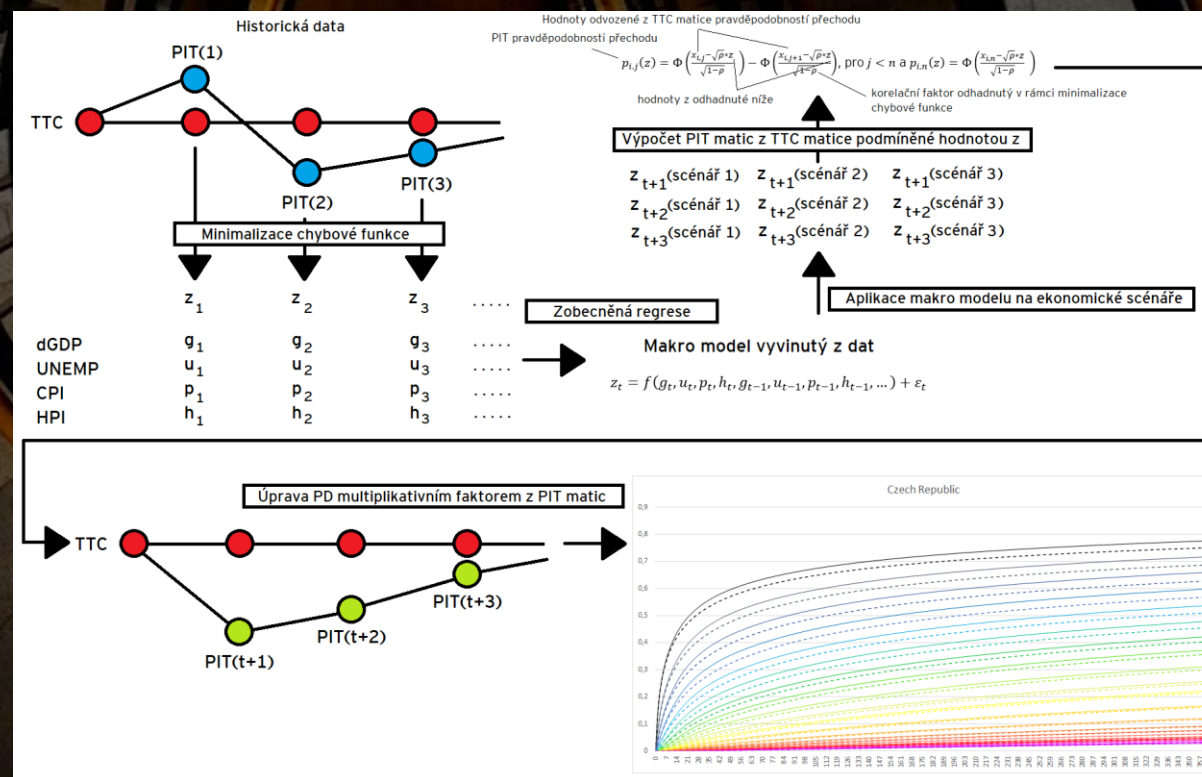
# 1 Forward Looking Information

- ▶ Systematic factor Z pro každé období (rok) se odhaduje z PIT migračních matic (popisujících pozorované přechody v jednotlivých letech) s využitím následujícího optimalizačního problému:

$$\min_{Z^t, \rho} \sum_t \sum_i \sum_j \frac{n_i^t * [p_{i,j}^t - \Delta(x_{i,j+1}, x_{i,j}, Z^t)]^2}{\Delta(x_{i,j+1}, x_{i,j}, Z^t) * [1 - \Delta(x_{i,j+1}, x_{i,j}, Z^t)]}$$

kde  $n_i^t$  je počet pozorování v ratingové třídě  $i$  v roce  $t$ .

- ▶ Odhadnuté hodnoty systematického faktoru pro každé období z historických dat jsou dále použité jako vysvětlovaná proměnná v makroekonomickém modelu s historicky pozorovanými makro indikátory jako vysvětlujícími proměnnými. Tento model je pak aplikován na makroekonomické scénáře.
- ▶ Celý proces odhadu FLI je zobrazen v následujícím schématu:



## 2 Konzervativní marže

Jak v případě oprávkování, tak v případě kapitálového požadavku je cílem řízení rizik vývoj a kalibrace prediktivních statistických modelů pro všechny tři rizikové parametry a všechna relevantní portfolia

Vývoj prediktivního modelu – cílem je získat uspořádání klientů/úvěrů podle rizika

Fáze 1:



Kalibrace prediktivního modelu – cílem je získat hodnotu rizikového parametru

Fáze 2:



EBA/GL/2017/16

#### 4.4.3 Konzervativní přírážka

41. V souvislosti s požadavkem, že by instituce měly uplatňovat konzervativní přírážku, který souvisí s očekávaným rozpětím chyb odhadu, jak vyžadují čl. 179 odst. 1 písm. f) a čl. 180 odst. 1 písm. e) nařízení (EU) č. 575/2013, by instituce měly zavést rámec pro kvantifikaci, dokumentaci a sledování chyb odhadu.

42. Konečná konzervativní přírážka u odhadu rizikových parametrů by měla zohledňovat nejistotu odhadu ve všech následujících kategoriích:

Kategorie A: Konzervativní přírážka ve vztahu k nedostatkům v oblasti údajů a metodik, identifikovaným v kategorii A, jak uvádí odstavec 36(a);

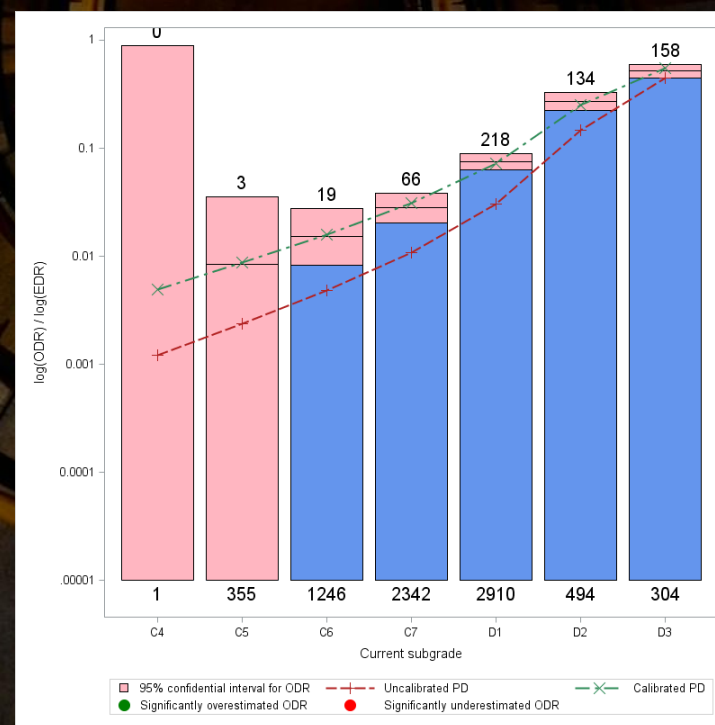
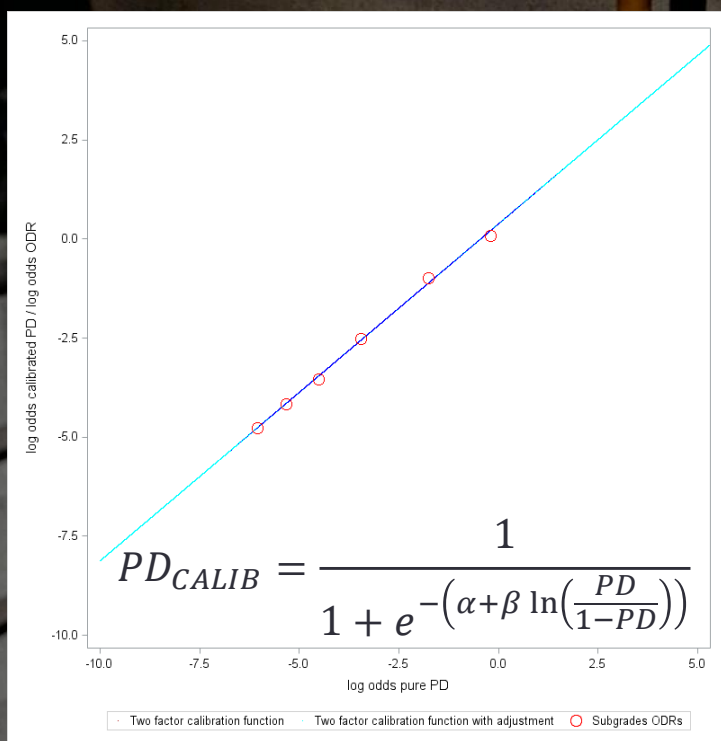
Kategorie B: Konzervativní přírážka ve vztahu k příslušným změnám standardů pro opisování, ochoty podstupovat riziko, zásad v oblasti inkasa a vymáhání a jakéhokoli jiného zdroje dodatečné nejistoty, identifikovaným v kategorii B, jak uvádí odstavec 36(b);

Kategorie C: obecná chyba odhadu.

## 2 Konzervativní marže

Kalibrace probíhá na kalibračním vzorku tak, že se seřadí pozorování podle odhadnutých hodnot PD, vytvoří se souvislé podmnožiny pokrývající celé portfolio a na každé se spočítají pozorované a odhadnuté hodnoty log-odds

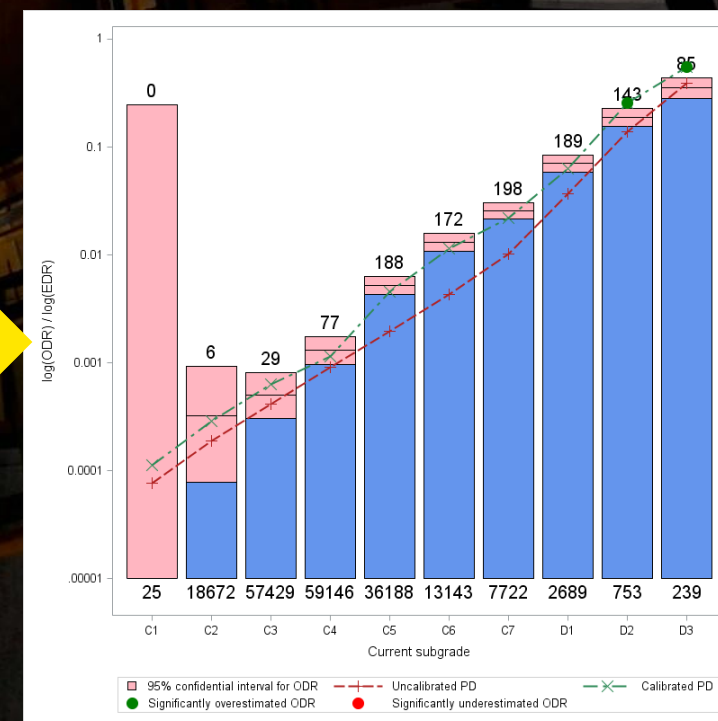
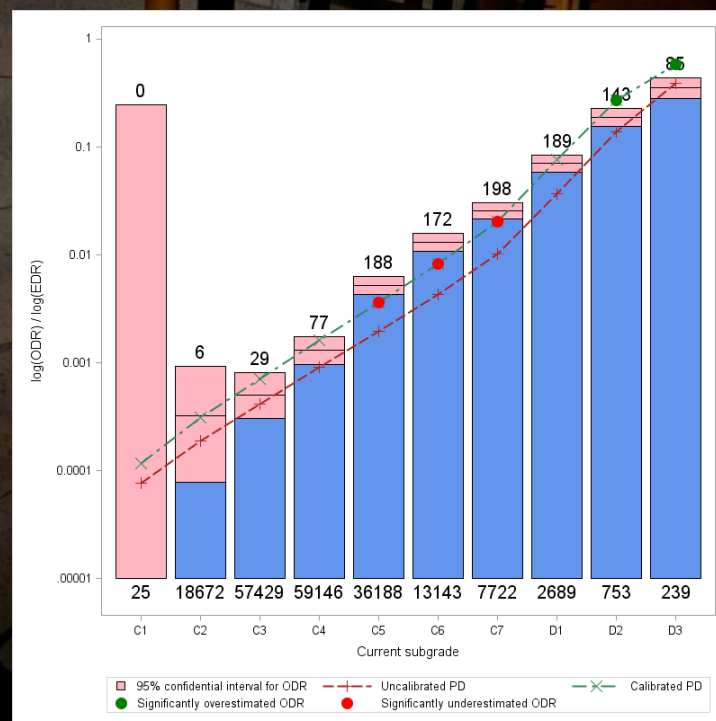
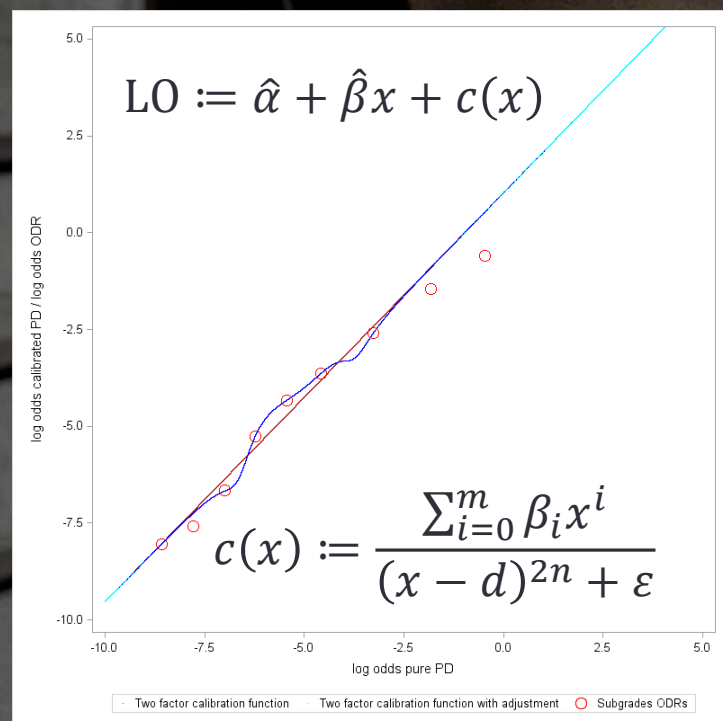
Odhadne se kalibrační funkce, jejíž předpis umožňuje přiřazení kalibrované hodnoty PD, která odpovídá pozorovanému DR



## 2 Konzervativní marže

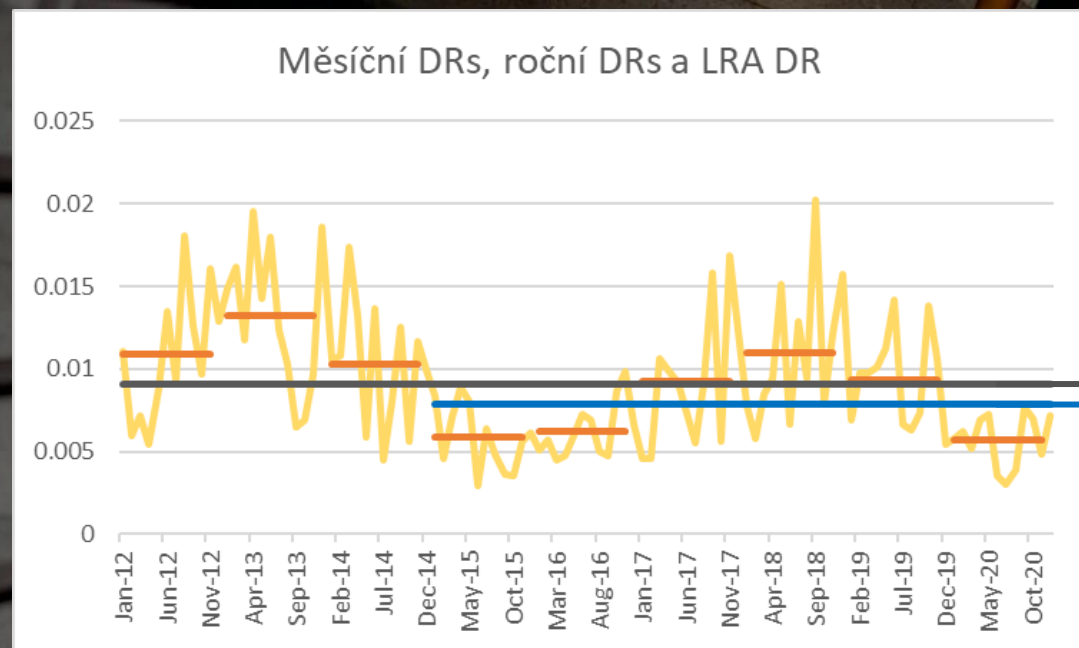
Někdy lineární regrese nestačí k dostatečně přesnému odhadu na úrovni ratingové třídy. Nadhodnocení rizika na úrovni ratingové třídy je tolerovatelné, ale podhodnocení nikoliv

Navrhli jsme specifický typ kalibrační funkce ve formě racionální funkce, která umožňuje dostatečně přesný dohad i v případech nelineárního vztahu



## 2 Konzervativní marže

Protože kalibrace se provádí na kalibračním vzorku, který nemusí odpovídat dlouhodobé četnosti selhání, provádí se ještě posun kalibrovaných hodnot na centrální tendenci (tzv. long-run average default rate)



Posun prostřednictvím  $\tau$

$$\arg \min_{\tau} \left[ \frac{\sum_{j=1}^M \left( \frac{\sum_{i=1}^{N_j} \frac{1}{1 + e^{-(\tau + \tilde{\alpha} + \tilde{\beta} \cdot \text{Log-odds}_i)}} + \sum_{k=1}^{O_j} PD_k^{\text{Override}}}{N_j + O_j} \right)}{M} - CT \right]^2 \Rightarrow PD_{CT} = \frac{1}{1 + e^{-(\tau + \ln(\frac{PD_{CALIB}}{1 - PD_{CALIB}}))}}$$



## 2 Marže konzervatismu

43. Při kvantifikaci konzervativní přírážky by měly instituce provést vše níže uvedené:

- (a) kvantifikovat konzervativní přírážku pro identifikovaným nedostatkům uvedeným v odstavcích 36 a 37 v míře nezahrnuté v obecné chybě odhadu alespoň pro každou z kategorií A a B na úrovni kalibračního segmentu a zajistit, že:
  - (i) pokud se použijí vhodné úpravy ve smyslu odstavce 38, konzervativní přírážka zohlední zvýšení nejistoty nebo dodatečnou chybu odhadu související s těmito úpravami;
  - (ii) konzervativní přírážka na úrovni kategorií ve vztahu k vhodným úpravám je úměrná nejistotě ohledně těchto úprav;
  - (iii) konzervativní přírážka se uplatňuje tak, aby řešila nejistotu odhadu rizikových parametrů vycházející z nedostatků uvedených v odstavcích 36 a 37, které nebyly odstraněny pomocí vhodných úprav, jak uvádí bod i);
- (b) kvantifikovat obecnou chybu odhadu kategorie C uvedenou v odstavci 42 související s podkladovou metodou odhadu alespoň pro každý kalibrační segment; konzervativní přírážka pro obecnou chybu odhadu by měla zohledňovat rozptyl rozložení statistického odhadu.

- ▶ Kategorie C vyžaduje pokrytí obecné chyby statistického odhadu (nejistoty, která vzniká vždy když je parameter odhadován statisticky)
- ▶ Kategorie A vyžaduje pokrytí dodatečných nejistot, které vznikají jako důsledek nedostatků v datech, použitých metodách a procesech
- ▶ Kategorie B vyžaduje pokrytí nejistot, které vznikly v důsledku změn v rámci vývojového, či kalibračního vzorku, nebo kdykoliv po jejich konci (změny v definicích defaultu, ve schvalování, apod.)

- ▶ Marže konzervatismu je relevantní pouze pro kalibraci modelu, nikoliv pro samotnou schopnost uspořádání klientů podle rizikovosti
- ▶ Marže konzervatismu se aplikuje na každou hodnotu kalibrované PD a to ve formě multiplikátoru

## 2 Marže konzervatismu

### ► Kategorie C – Jaké máme obecné chyby v odhadu?

Chyba v odhadu LRA DR (a tedy v parametru posunu  $\tau$ )

$$1 \sqrt{\frac{Y}{1 - \tau}} \sqrt{n_y}$$

Co když náhodné proměnné  $D_{i,y}$  nejsou nezávislé?

Za jakých podmínek pak LRA DR bude konvergovat k normálně rozdělené náhodné veličině?

Co když hodnota parametru  $p$  se liší pro různá  $y$ ?

Pro výpočet MoC bereme horní hranici intervalu spolehlivosti.

Chyba v odhadu kalibrační funkce



Proč dolní odhad a ne horní, jde nám přece o to, být konzervativní?

Jaký vliv na kalibrační funkci má počet pozorování?

Jaký vliv na marži má volba funkčního předpisu kalibrační funkce a volba „bucketovací“ techniky?

Hledáme takový parametr  $\tau$ , aby průměrné PD po posunu z křivky dolního odhadu kalibrační funkce na LRA DR odpovídalo LRA DR.

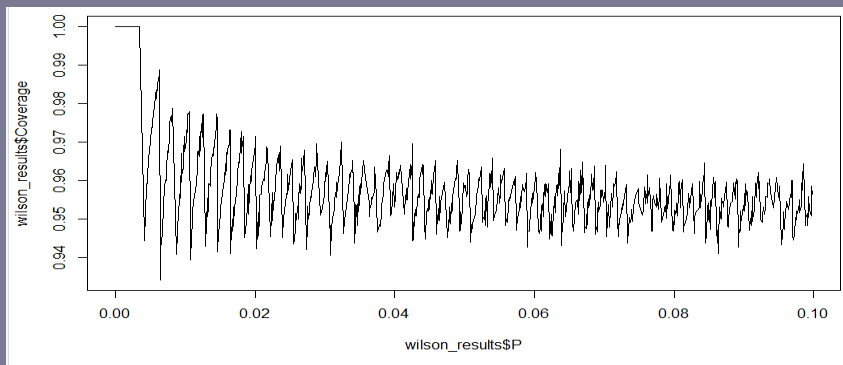
## 2 Marže konzervatismu

### ► Kategorie C – Je to vše?

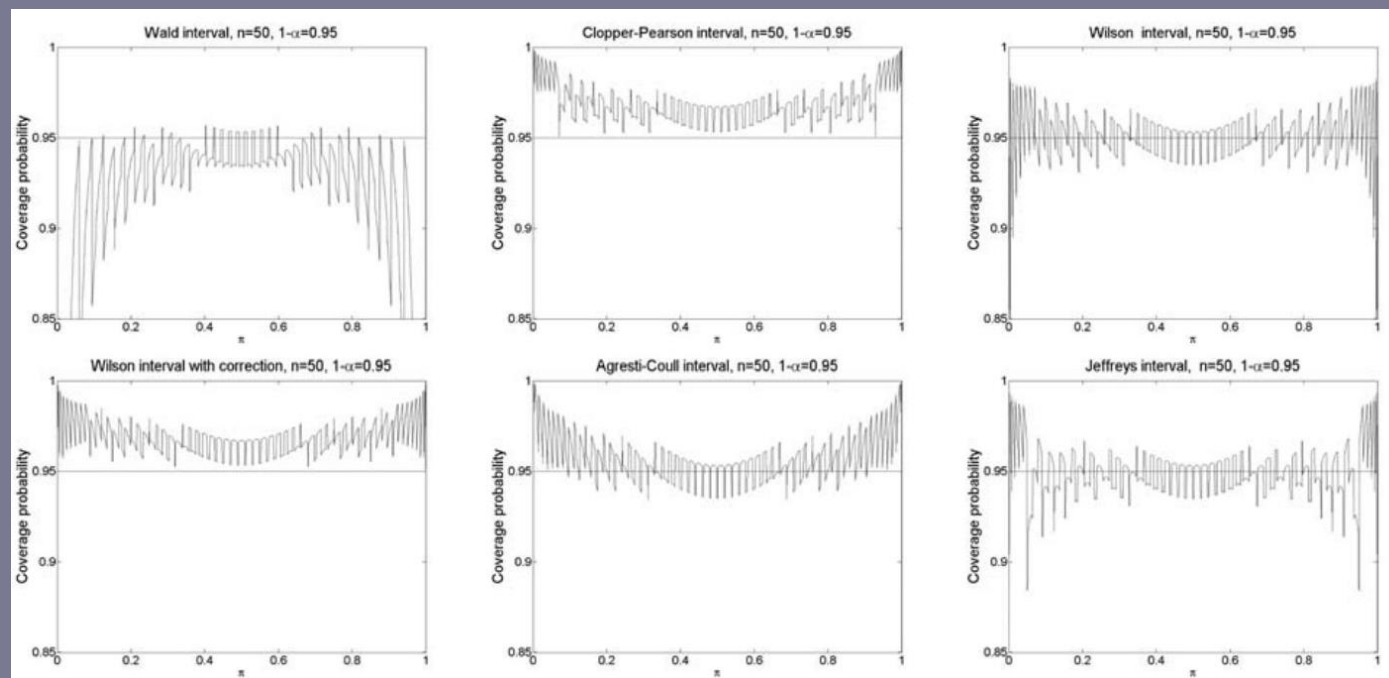
Chyba v odhadu LRA DR (a tedy v parametru posunu  $\tau$ )

Ukazuje se, že pro velmi nízké hodnoty parametru  $p$ , jsou testy založené na asymptotické normalitě (Waldův test) velmi nepřesné a nadhodnocují dosaženou míru pokrytí rizika. Proto používáme test založený na Wilsonově skóre:

$$MoC = \frac{2CT \cdot Y^2 + \sum_{y=1}^Y \frac{z_{0.95}^2}{n_y} + \sqrt{\left(\sum_{y=1}^Y \frac{z_{0.95}^2}{n_y}\right) \left(\sum_{y=1}^Y \frac{z_{0.95}^2}{n_y} + (CT - CT^2)4Y^2\right)}}{2CT \left(\sum_{y=1}^Y \frac{z_{0.95}^2}{n_y} + Y^2\right)} - 1$$



Zdroj: EY



Zdroj: <https://komunikacie.uniza.sk/pdfs/csl/2010/01/06.pdf>

## 2 Marže konzervatismu

### ► Kategorie B – Jaké změny je třeba pokrýt?

Pokud kalibrační vzorek není reprezentativní vzhledem k aplikačnímu portfoliu, může vzniknout problém jak s predikční silou modelu na aplikačním vzorku, tak zejména s vychýlením odhadů rizikových parametrů.

Nerepresentativita znamená, že vzorky se v rozdělení významných charakteristik systematicky liší, v důsledku změn, které nastaly. Nerepresentativita může teoreticky nastat i pokud všechny charakteristiky portfolia jsou v obou porovnávaných vzorcích totožné, ale došlo k přesunům, které jednorozměrně (v marginálních frekvencích) nejsou vidět.

Reprezentativitu měříme pomocí PSI (Population Stability Index):

$$PSI = \sum_{i=1}^n (Actual\%_i - Expected\%_i) * \ln \left( \frac{Actual\%_i}{Expected\%_i} \right)$$



Score bands	Actual %	Expected %	Ac-Ex	ln(Ac/Ex)	Index
< 251	5%	8%	-3%	-0,470	<b>0,014</b>
251–290	6%	9%	-3%	-0,410	<b>0,012</b>
291–320	6%	10%	-4%	-0,510	<b>0,020</b>
321–350	8%	13%	-5%	-0,490	<b>0,024</b>
351–380	10%	12%	-2%	-0,180	<b>0,004</b>
381–410	12%	11%	1%	0,090	<b>0,001</b>
411–440	14%	10%	4%	0,340	<b>0,013</b>
441–470	14%	9%	5%	0,440	<b>0,022</b>
471–520	13%	9%	4%	0,370	<b>0,015</b>
520 <	9%	8%	1%	0,120	<b>0,001</b>
<b>Population Stability Index (PSI) =</b>					<b>0,1269</b>

Nerepresentativita sama o sobě nevádí. Vadí, pokud je spojená se změnami rizikovosti přiřazených jednotlivým kategoriím.

Calculation of MoC B is not standardized as there can be many types of changes. One potential algorithm addresses the change in the overall price level.

## 2 Marže konzervatismu

### ► Kategorie A – Jaké jsou možné nedostatky a k jakým vedou nejistotám?

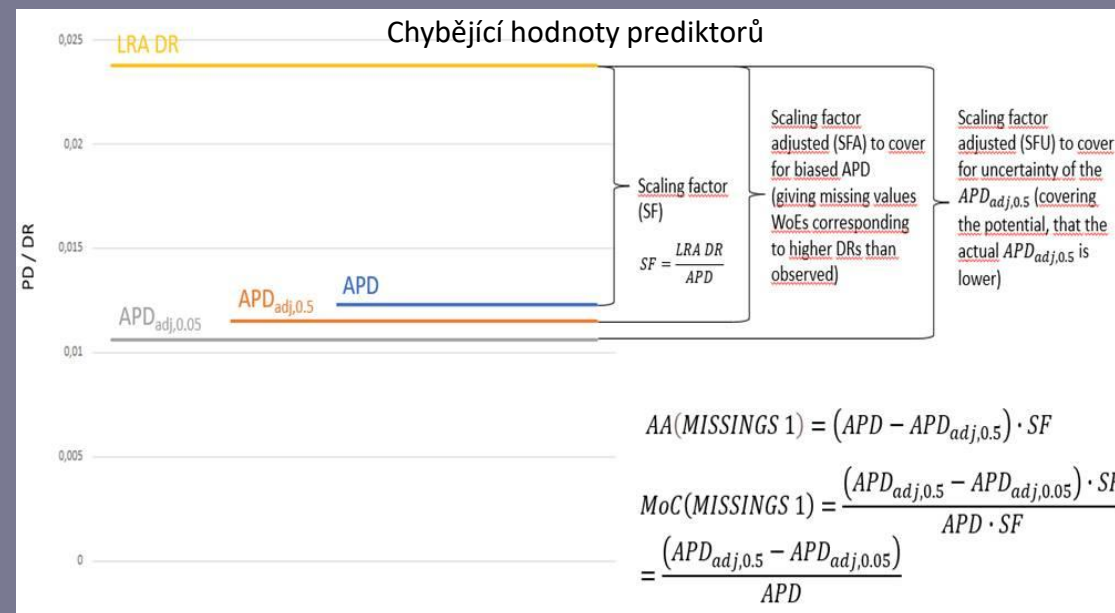
Možných typů nedostatků je obrovské množství a nelze je obecně předjímat všechny. Existuje ale nějaká sada nedostatků, které se objevují ve většině bank.

Kategorie MoC	Typ nedostatku	Přístup
A	Chybějící hodnoty prediktorů	Wilsonovo skóre
	Chybějící segment v kalibračním vzorku	Wilsonovo skóre
	Chybějící hodnoty prediktorů při mapování na ratingovou třídu	Monte Carlo simulace
	Odlíšné definice defaultu	Z-unpooled test
	Krátký kalibrační vzorek	Z-statistika
	Úprava LRA DR	Wilsonovo skóre

V EY máme vypracované metodiky pro pokrytí jednotlivých typů datových a metodických nedostatků, jejichž společným cílem je odhad dodatečné nejistoty, která vzniká v důsledku aplikace úprav a to tak, aby tato nejistota byla vždy vyjádřena ve formě pravděpodobnostního rozdělení aplikované úpravy.

Např. rozdílná definice defaultu:

Na souběžném období	Default podle nové definice	Nedefault podle nové definice
Default podle stávající definice	$x_{BB}$	$x_{BG}$
Nedefault podle stávající definice	$x_{GB}$	$x_{GG}$



$$Z = \frac{\frac{x_{GB} - x_{BG}}{n}}{\sqrt{\frac{(x_{BB} + x_{GB})(n - x_{BB} - x_{GB}) + (x_{BB} + x_{BG})(n - x_{BB} - x_{BG})}{n^3}}}$$

Z má asymptoticky normální rozdělení

## 2 Marže konzervatismu

- ▶ Jak agregovat jednotlivé odhadnuté marže?
- ▶ Na to nám naštěstí dává odpověď přímo regulace (EBA/GL/2017/16):

45. Instituce by měly kvantifikovat konečnou konzervativní přírážku jako součet:

- (a) konzervativní přírážky v kategorii A, jak uvádí odstavec 43(a);
- (b) konzervativní přírážky v kategorii B, jak uvádí odstavec 43(a);
- (c) konzervativní přírážky pro obecnou chybu odhadu (kategorie C), jak uvádí odstavec 43(b).

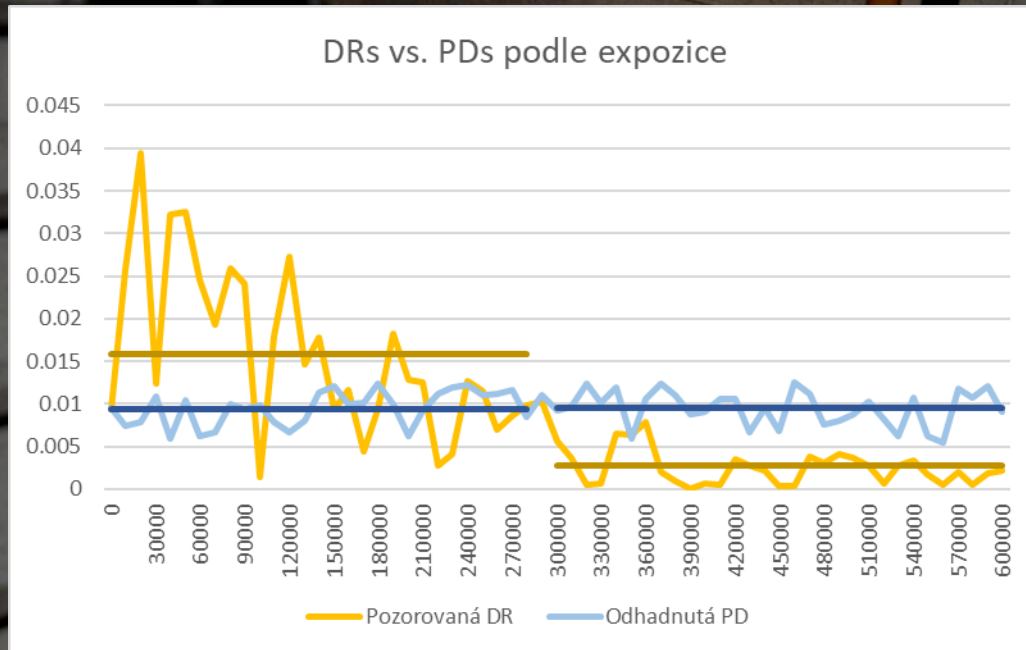
- ▶ Co nám chybí, abychom spočítali finální konečnou konzervativní marži?
- ▶ Chybí nám vědět, jak agregovat jednotlivé marže v rámci jedné kategorie. Na to regulace odpověď nedává.

$$\sqrt{\text{Var}\left[\sum_{k=1}^n X_k\right]} = \sqrt{\sum_{k=1}^n \text{Var}[X_k] + 2 \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n \text{Cov}[X_k, X_j]} \leq \sqrt{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \sqrt{\text{Var}[X_k]} \sqrt{\text{Var}[X_j]}} = \sum_{k=1}^n \sqrt{\text{Var}[X_k]}$$

Rovnost nastává, když jsou všechny proměnné lineárními kombinacemi ostatních. Navíc je tedy zřejmé, že součet konzervativních marží je konzervativní formou agregace.

### 3 Kalibrační segmentace

- ▶ Mějme vyvinutý a nakalibrovaný PD model, který má dostatečnou predikční sílu a je přesně nakalibrován na celém portfoliu, tj. průměrná hodnota PD odpovídá hodnotě LRA DR – jak může i za takovéto situace docházet k podhodnocení kapitálového požadavku?
- ▶ Podívejme se na následující příklad:

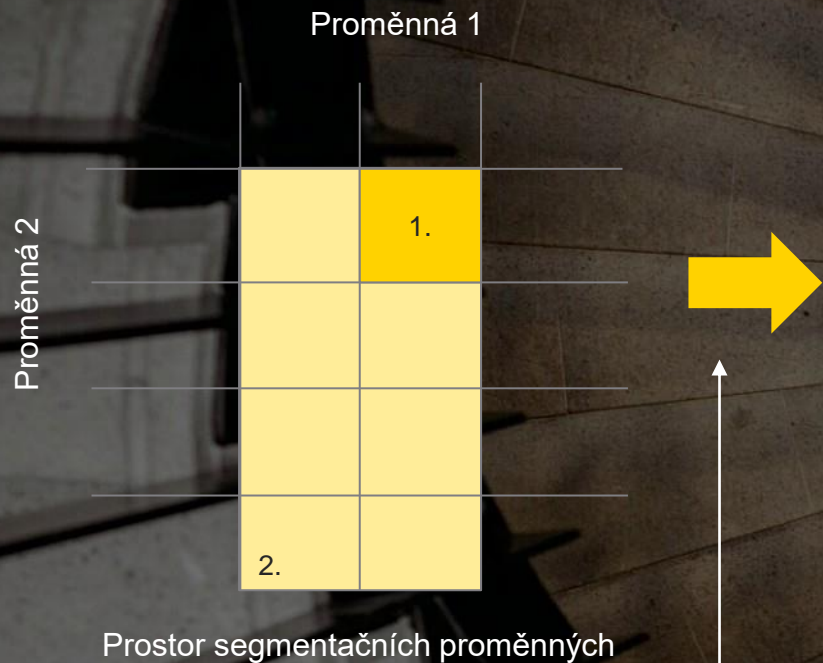


- ▶ Model na celém portfoliu odhaduje PD přesně, ale na některých segmentech může skutečné riziko podhodnocovat a na některých nadhodnocovat
- ▶ Podhodnocení rizika na významných segmentech není žádoucí a zejména je problémem, pokud vede k podhodnocení kapitálového požadavku – jako v případě příkladu s expozicí

### 3 Kalibrační segmentace

- ▶ K prozkoumání existence signifikantních segmentů na kterých model podhodnocuje riziko používáme asociační analýzu:

Signifikantní segmenty mohou být použity jako kalibrační segmenty – vybíráme je manuálně na základě hodnot Lift, P-value, počtu a celkové expozice v segmentu



Rule	Count	Exposure	Lift	P-value
Variable 1>y and Variable 1≤z and Variable 2>u and Variable 2≤v	112 839	256 872	1,51	0,00001
Variable 1>x and Variable 1≤z and Variable 2>u	155 371	78 289	1,28	0,00021
Variable 3>v	225 650	321 997	1,21	0,00022

Lift je podíl DR a průměrné modelové PD na daném segmentu  
P-value je pro proporční binomický test (DR proti průměrné PD hodnotě)

Aplikace iterativního algoritmu asociační analýzy na rozdíl mezi binární proměnnou označující default a modelem odhadnutou PD

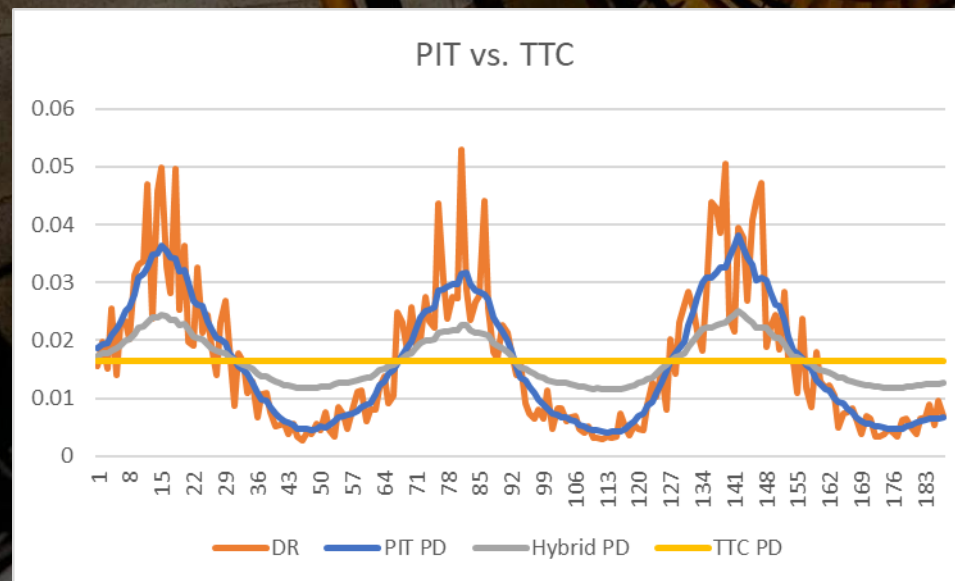
Je potřeba provést předkalibraci

- ▶ Asociační analýza vychází z původní práce prof. Petra Hájka z šedesátých let (metoda GUHA)!



## 4 Ratingová filosofie

- ▶ Každý PD model lze posuzovat z pohledu toho, jak moc kopírují jeho odhady volatilitu pozorovaných DR v průběhu ekonomického cyklu
- ▶ PIT (Point-in-Time) model kopíruje DR v čase poměrně přesně a je doporučovaný pro oprávkovací modely (IFRS9)
- ▶ TTC (Through-the-Cycle) model kopíruje DR v čase velmi málo a je doporučovaný pro kapitálové modely (IRB) – je tedy v pořádku, že kapitálový model v době krize dává nižší odhady, než jaké jsou pozorované hodnoty DR a v době konjunktury naopak



## 4 Ratingová filosofie

- ▶ Matematickou úlohou je, jakým způsobem při vývoji modelu můžeme řídit to, jaká bude finální citlivost modelu na DR v průběhu ekonomického cyklu
- ▶ Již známe matice pravděpodobností přechodů. Je zřejmé, že změny rizikovosti portfolia je možné dosáhnout dvěma mechanismy – buď se klienti/úvěry přesouvají mezi ratingovými třídami, které jim přiřadil model PD, nebo se mění hodnoty DR v jednotlivých ratingových třídách.
- ▶ Kterým z těchto mechanismů je charakteristický model TTC a kterým model PIT a proč?

- ▶ Posun v DR mezi dvěma obdobími můžeme rozpadnout do změn DR v jednotlivých ratingových třídách.

$$DR_t - DR_{t-1} = \sum_{r=1}^R DR_t^r \cdot \underbrace{\left( \frac{n_t^r}{n_t} - \frac{n_{t-1}^r}{n_{t-1}} \right)}_{\text{změna v distribuci do ratingových tříd = přechody mezi ratingovými třídami}} + \sum_{r=1}^R \underbrace{(DR_t^r - DR_{t-1}^r)}_{\text{změna DR v dané ratingové třídě}} \cdot \frac{n_{t-1}^r}{n_{t-1}}$$

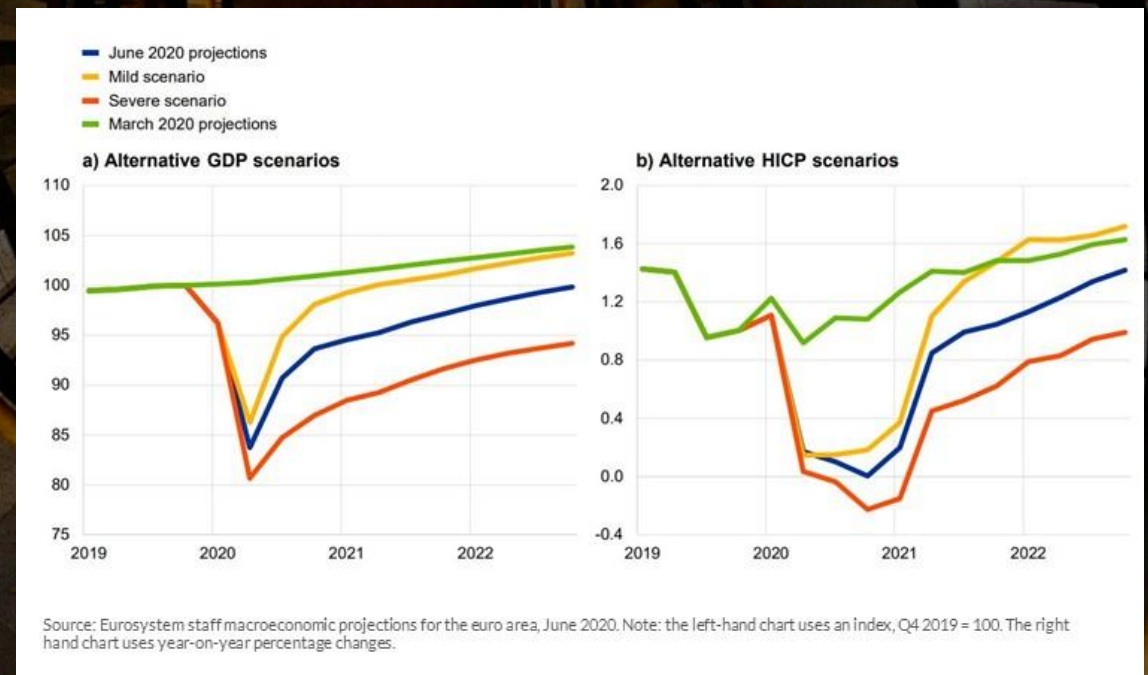
- ▶ R značí počet ratingových tříd, r konkrétní jednu ratingovou třídu.

- ▶ PD model typicky přiřazuje ratingovým třídám fixní hodnotu historicky pozorovaného DR přímo v závislosti na LRA DR

- ▶ Proto TTC model je charakterizován malými přechody mezi ratingovými třídami a PIT naopak velkými.
- ▶ TTC model absorbuje změny pozorovaných hodnot DR tím, že omezuje první složku celkové změny DR, zatímco druhá složka je při aplikaci modelu z definice nulová (přiřazovaná hodnota PD pro jednotlivé ratingové třídy se v čase nemění)

## 5 Praviděpodobnost scénáře

- ▶ Při výpočtu EL používáme pravděpodobnostmi vážený průměr očekávaných ztrát pro jednotlivé makroekonomické scénáře
- ▶ Jsme poměrně přesně schopni odhadnout, jak se která ekonomická situace projeví na ztrátách, pokud máme dostatek historických dat, ekonomická situace se nevymyká z historicky pozorovaných stavů a nedošlo k nějaké strukturální změně v portfoliu
- ▶ Nejsme ale vůbec schopni určit, jaká je pravděpodobnost, že dané makroekonomické scénáře nastanou
- ▶ Scénáře publikují buď centrální banky, nebo externí ratingové agentury, nebo si je banky připravují samy



## 5 Praviděpodobnost scénáře

### Merton-Vašíček model

$z \sim \mathcal{N}(\mu_z, \sigma_z^2)$  - systematický faktor

$d$  - hraniční hodnota pro default

$$PD(z) = \Phi\left(\frac{d - \sqrt{\rho}z}{\sqrt{1 - \rho}}\right)$$

$$ECL_{true} = E \cdot LGD \cdot \int PD(z) \frac{1}{\sigma_z} \phi\left(\frac{z - \mu_z}{\sigma_z}\right) dz =$$

$$E \cdot LGD \cdot \int \Phi\left(\frac{d - \sqrt{\rho}z}{\sqrt{1 - \rho}}\right) \frac{1}{\sigma_z \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(z - \mu_z)^2}{2\sigma_z^2}\right) dz$$

$y \sim \mathcal{N}(\mu_y, \sigma_y^2)$  - stav ekonomiky

$E$  - expozice

$$E(z|y = y_i) = \mu_z + \delta \frac{\sigma_z}{\sigma_y} (y_i - \mu_y) \Rightarrow y_i = \mu_y + (z_i - \mu_z) \frac{\sigma_y}{\delta \sigma_z} \Rightarrow P(y \leq y_i) = \Phi_{\mu_y, \sigma_y^2} \left( \frac{z_i - \mu_z}{\delta \sigma_z} \right)$$

### Gauss-Hermite quadratura

$$\int \exp(-x^2) f(x) dx \cong \sum_{i=1}^n w_i f(x_i) =$$

$$\sum_{i=1}^n w_i \frac{PD_i}{\sqrt{\pi}}$$

$$z = \sqrt{2}\sigma_z(x + \mu_z)$$

Kde  $n$  vyjadřuje počet diskretních scénářů (čím vyšší, tím přesnější je aproximace).

$$w_i = \frac{2^{n-1} n! \sqrt{\pi}}{n^2 [H_{n-1}(x_i)]^2}$$

$$H_{n-1}(x) := (-1)^{n-1} \cdot e^{x^2} \frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}} e^{-x^2}$$

\* *Setting scenarios and assessing scenario probabilities under IFRS 9 accounting: Carl Lönnbark, 2017.*

# 5 Praviděpodobnost scénáře

- ▶ Výsledky pro 2, 3, 4 a 5 scénářů
- ▶ Předpokládáme:  $z \sim \mathcal{N}(0,1)$
- ▶  $cp_i^z$  vyjadřuje kumulativní pravděpodobnost makroekonomických stavů „horších“ než je daný scénář
- ▶  $p_i$  vyjadřuje pravděpodobnost přiřazenou diskretnímu scénáři v IFRS9

$$P(y \leq y_i) = \Phi_{\mu_y, \sigma_y^2} \left( \frac{z_i - \mu_z}{\delta \sigma_z} \right)$$



	<i>i</i>	<i>n</i> = 2	<i>n</i> = 3	<i>n</i> = 4	<i>n</i> = 5
<i>x</i>	1	0.7071	0	0.5246	0
	2	-0.7071	1.2247	-0.5246	0.9586
	3		-1.2247	1.6507	-0.9586
	4			-1.6507	2.0202
	5				-2.0202
<i>w</i>	1	0.8862	1.1816	0.8049	0.9453
	2	0.8862	0.2954	0.8049	0.3926
	3		0.2954	0.0813	0.3926
	4			0.0813	0.0200
	5				0.0200
<i>z</i>	1	1	0	0.7420	0
	2	-1	1.7321	-0.7420	1.3556
	3		-1.7321	2.3344	-1.3556
	4			-2.3344	2.8570
	5				-2.8570
<i>p<sub>i</sub></i>	1	0.5	0.6667	0.4541	0.5339
	2	0.5	0.1667	0.4541	0.2218
	3		0.1667	0.0459	0.2218
	4			0.0459	0.0113
	5				0.0113
<i>cp<sub>i</sub><sup>z</sup></i>	1	0.8413	0.5	0.7709	0.5
	2	0.1587	0.9584	0.2291	0.9124
	3		0.0416	0.9902	0.0876
	4			0.0098	0.9979
	5				0.0021



Kde vidím  
nedostatky?

## IFRS9

- ▶ Jak určovat pravděpodobnost jednotlivých diskrétních makroekonomických scénářů
- ▶ Procykličnost oprávkování – očekávaná ztráta začíná růst souběžně se zhoršující se ekonomikou – nejsme schopni tento propad s dostatečným předstihem anticipovat

## IRB

- ▶ Marže konzervatismu typicky nejsou navzájem nezávislé, ale ani zcela závislé a tudíž jejich sčítání v rámci jedné kategorie může být zbytečně konzervativní; komplikované mohou být odhady marže v případě, kdy nelze jednotlivé defaulty považovat za nezávislé
- ▶ Velkou otázkou je parametr R ve výpočtu RWA, ten je nyní dán regulací a liší se pro různá portfolia
- ▶ Přeregulovanost, bezmyšlenkovité aplikace hotových algoritmů, odklon od byznysu

A modern office interior with large windows, a yellow wall, and a large white number 6. The room features a grey carpet, a dark coffee table, and two grey armchairs. The ceiling has a yellow slatted design with recessed lighting. The text '6' is prominently displayed in the foreground, partially overlapping the yellow wall and the window view.

6

Jaké jsou  
aktuální trendy?



# Jaké jsou aktuální trendy?

## Snaha zohledňovat ESG faktory v PD, LGD a CCF modelech

Zatím nejsou k dispozici dostatečná data a ta, která jsou, zatím spíše ukazují, že úvěrové riziko je na těchto faktorech závislé pouze prostřednictvím umělých byrokratických zásahů – aplikace sankcí, dodatečné daně, emisní povolenky, apod.



## Umělá inteligence

Používáme ChatGPT-like jazykové modely zejména k hledání a odstraňování chyb v kódech. Na vývoj modelů jako takových, se jazykové modely AI pokud vím, nepoužívají. Osobně jsem k využití umělé inteligence stále mírně skeptický. Nevidím sice fundamentální limity v jejím učení, ale aktuálně nevidím způsob, jak je dostatečně rychle krmit relevantními daty a jakým způsobem přesně specifikovat požadavky a řídit a kontrolovat výstup.

## Strojové učení

Vedle standardních metod strojového učení, jakými jsou logistická regrese a rozhodovací stromy, které se používají v oboru běžně, existuje snaha o prosazování jiných typů odhadů, zejména neuronových sítí, gradient boostingu, SVM a náhodných lesů. Kupodivu jediná metoda, kterou považuji za přínosnou ve specifických případech – bayesovské sítě, se zatím neprosazuje.



The image shows a modern office reception area. In the foreground, there is a long, curved reception desk with a grey marble top and a white base. The desk is illuminated from below with a warm yellow light. Behind the desk, there are several white chairs and a computer monitor. On the wall behind the desk, the EY logo is displayed in large black letters, with the tagline "Building a better working world" in smaller black letters to its right. A large, white, stylized graphic of a world map is overlaid on the left side of the image. The floor is made of light-colored wood. In the background, there is a glass-walled meeting room with yellow and white chairs and a table. The ceiling has recessed lighting.

**EY** Building a better  
working world

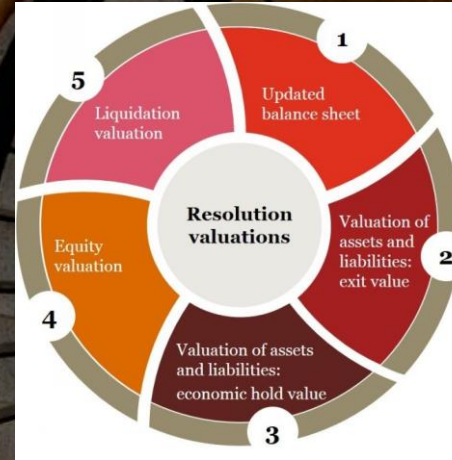
Jaká je  
budoucnost  
oboru?

# Jaké jsou aktuální trendy?

## Fair Lending

Zatím zaveden ve Spojených Státech, v Evropě pouze v rámci ESG ambic, ale bez přesných metod a specifikací, což by mělo férové půjčování znamenat

FAIR LENDING ACTS	
ACT	PURPOSE
Equal Credit Opportunity Act	Prohibits credit discrimination on the basis of race, color, religion, national origin, sex, marital status, age, or use of public assistance
Real Estate Settlement Procedures Act	Requires lenders to deliver an estimate of the buyer closing costs to the buyer after application
Truth In Lending Act	Protects consumers against predatory lending by requiring lenders to disclose all of the terms of a mortgage loan
Dodd-Frank Wall Street Reform Act	Protects American families from unfair, abusive financial practices
SAFE Mortgage Licensing Act	Enhances consumer protection and reduces fraud through the setting of minimum standards for the licensing and registration of state-licensed mortgage loan originators



## VIR (Valuation in Resolution) modely

Zatím pouze v UK. Jde o modely odhadující hodnotu banky v případě různých způsobů úpadku – jaká hodnota připadne klientům, jaká zbyde na akcionáře, zaměstnance, apod.

## Komplexní profitabilita klienta

Výpočet a optimalizace celkové profitability klienta banky, je velmi datově, analyticky i metodicky náročné zadání, které má mnoho vstupů, z nichž ne všechny lze dovodit z interních dat. Do výpočtů vstupují nejen modely úvěrových rizik, ale i jejich senzitivita na změny, modely retenční a modely změn poptávky po produktech v závislosti na klíčových parametrech trhu, jako jsou úrokové sazby a aktuální nabídky konkurence. Tuto oblast považuji za předmět budoucího rozvoje.

## EY | Building a better working world

EY exists to build a better working world, helping to create long-term value for clients, people and society and build trust in the capital markets.

Enabled by data and technology, diverse EY teams in over 150 countries provide trust through assurance and help clients grow, transform and operate.

Working across assurance, consulting, law, strategy, tax and transactions, EY teams ask better questions to find new answers for the complex issues facing our world today.

EY refers to the global organization, and may refer to one or more, of the member firms of Ernst & Young Global Limited, each of which is a separate legal entity. Ernst & Young Global Limited, a UK company limited by guarantee, does not provide services to clients. Information about how EY collects and uses personal data and a description of the rights individuals have under data protection legislation are available via [ey.com/privacy](https://ey.com/privacy). EY member firms do not practice law where prohibited by local laws. For more information about our organization, please visit [ey.com](https://ey.com).

[Optional sector or service line descriptor — refer to The Branding Zone]

© 2023 Ernst & Young LLP.  
All Rights Reserved.

[ey.com](https://ey.com)



The better the question. The better the answer.  
The better the world works.

