



Modelování plynovodních sítí

Martin Stýblo
SIMONE Research Group, s.r.o.
Seminář „Matematické problémy nematematiků“
23.4.2025, MFF UK

Pipeline Simulation Is Sexy & Makes Sense

- Kdo jsme; co, jak a proč to děláme
 - SIMONE - od 70. let, 1986 Ruhrgas (BRD), 1995 firma SRG
 - Globálně 10⁰ průmyslových balíků - mezi nimi i SIMONE
 - MS - živí se programováním ve FORTRANu 🤪 (tak trochu)
- Potrubní dopravu (paliv) potřebujeme
 - Plyn, ropa, těžba, produkty - lidstvo se bez toho neobejde
 - Molekulami teče víc energie než dráty!
 - Spotřeba plynu se vrátí na předkrizovou úroveň - větší podíl plyn. elektráren
 - Biometan, H₂ - nosič energie?, CO₂ - zachyt a ukládání
- **Není „raketová věda“, ale zajímavá a smysluplná práce**
 - Obor - od přelomu 60. a 70. let - díky dostupnosti výpočetního výkonu
 - Současnost - průmyslové simulátory neběží na superpočítačích (na rozdíl od CFD, meteo)

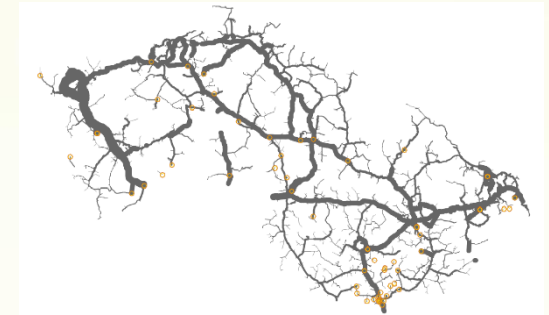
Nepsat moc rovnic, jinak utečou 🤪



Reálný svět a modelování

- Těžba uhlovodíků
 - Často teče sajrajt
- Přeprava
 - Potrubí - Plyn, ropa, produkty
 - Lodě - LNG, ropa, produkty
 - Pozemní (vlak, auto) - LNG, CNG, produkty
- **Plynárenství**
 - Přeprava
 - Distribuce
 - Uskladňování
 - **Plynovod má akumulaci!**

- Sít' je graf
 - Hrana / prvek
 - Potrubní úsek
 - Uzávěr
 - Kompresor / pumpa
 - Regulátor
 - ...
 - Uzel
 - Dodávka
 - Odběr
 - Prostý - křižovatka prvků
- **Rovnice proudění na grafu**



Co a proč se počítá (plyn)

- Návrh, kapacita systému
 - Přeprování sítě
 - Středo- a nízkotlaké sítě
 - Může stačit stacionární model
- Dynamická simulace
 - Denní chod sítě
 - Dramatické děje
- Model v reálném čase
 - Stav „teď“ a co dál (24 h)
 - Detekce a lokalizace úniků
- Optimalizace
 - Svatý grál oboru
 - Min kompresní práce / energie
- Energy Transition
 - *Co nakonec bude, je teď jasné jen Gretě a politikům...*
 - Biometan
 - H₂
 - CO₂
 - Synergie energetických sítí
 - Decommissioning distribučních sítí ?
 - V dobách nejistot, krizí, změn se nejvíc počítá☺

Rovnice - Zákony zachování v 1D podél trubky

- Rovnice kontinuity

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v A)}{\partial x} = 0$$

- Pohybová rovnice

$$\frac{1}{A} \frac{\partial(\rho v A)}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial(\rho v^2 A)}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial(p A)}{\partial x} + \rho g \frac{dz}{dx} + \frac{\rho \lambda v |v|}{2D} = 0$$

- Energetická bilance ($e = u + \frac{1}{2} v^2 + gz$)

$$\frac{1}{A} \frac{\partial(A \rho e)}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial(A v \rho e)}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial(A v p)}{\partial x} + \frac{p}{A} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{4k(T - T_s)}{D} = 0$$

- Zavést entalpii se hodí

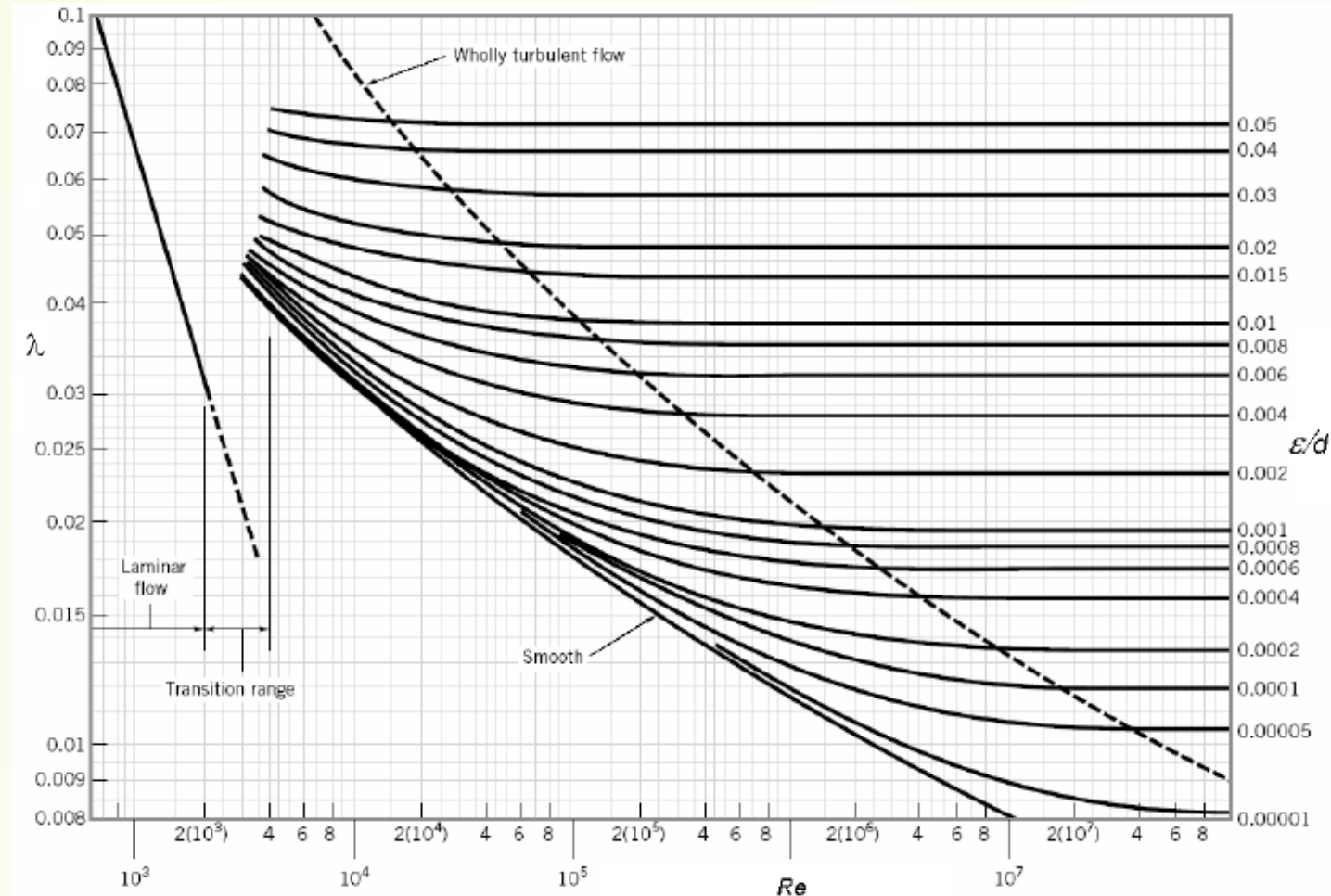
$$h = u + \frac{p}{\rho}$$

Darcy-Weisbachův zákon a Moodyho diagram

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{\rho \lambda v |v|}{2D}$$

$$Re = \frac{\rho |v| D}{\mu}$$

$$\lambda \left(Re, \frac{\varepsilon}{D} \right)$$



Doplňující vztahy (plyn)

- **Stavová rovnice** - uzavře 1D bilanční rovnice (4 veličiny - 4. vztah)

$$p = \rho RTZ$$

- Neideální plyn - při pracovních tlacích plynovodů už významně
- Když dodáme $c_{p0}(T)$ a $Z(p, T, x)$ resp. $Z(\rho, T, x)$, máme už vše potřebné
- Popis plynu - potřebujeme v simulátoru:
 - Mol. hmotnost M resp. hutnota d
 - Spalné teplo H_s
 - Složení $x_1 \dots x_N$
 - Stopové parametry... (ppm resp. g/m³ ref. atd.)
 - Uživatelské parametry...
- **Dynamická viskozita μ**

Zjednodušení a formulace rovnic

- Pevný průřez

$$A = \frac{\pi}{4} D^2 = \text{const}$$

- Volba proměnných

- Hmotnostní tok $m = A\rho v$ užitečné zavést
- „Konzervativní“ - krásné, ale nepraktické... ρ
- „Primitivní“ - tlak p , teplota T jsou přímo měřitelné - většinové použití

- Subsonické proudění (zjednoduší pohybovou rovnici)

$$M = \frac{v}{a} \ll 1$$

Praktické tvary rovnic (např. SIMONE)

- Rovnice kontinuity (a ještě přepsat do tlaku p ...)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial m}{\partial x} = 0$$

- Pohybová rovnice (m)

$$\frac{1}{A} \frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g \frac{dz}{dx} + \frac{\rho \lambda v |v|}{2D} = 0$$

- Energetická bilance (T)

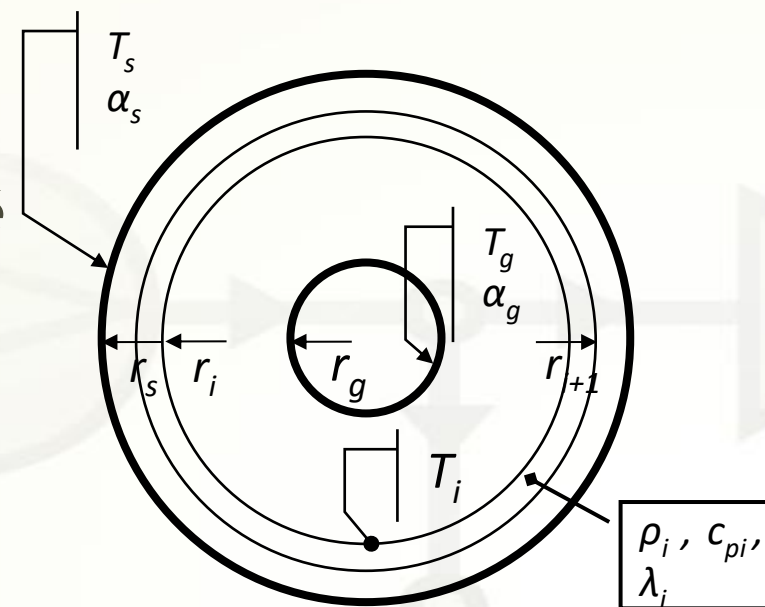
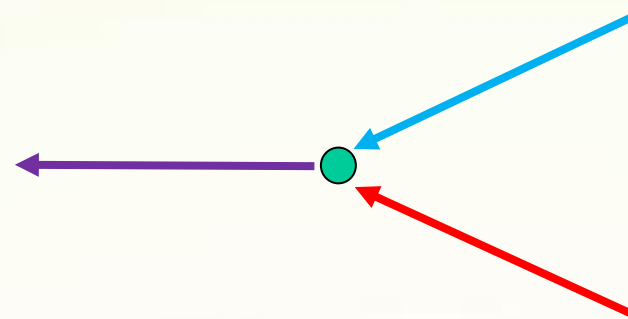
$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial x} \right) - (1 + \rho c_p \mu_{JT}) \frac{\partial p}{\partial t} - v \rho c_p \mu_{JT} \frac{\partial p}{\partial x} + v \rho g \frac{dz}{dx} + \frac{4k(T - T_s)}{D} = 0$$

Další zjednodušení

- Oddělení kroku v p, m a kroku řešení energetické rovnice pro T ?
- Izotermní model ($T = \text{const}$ resp. T dopředu daná)
 - 2 rovnice - kontinuity & pohybová - v p, m
 - Jednoduchý, někdy stačí, někdy ale nemusí být adekvátní!
- Pouze stacionární stav - nelineární obvod
$$p_1^2 - p_2^2 = \frac{16}{\pi^2} \hat{\lambda} |m| m R \hat{T} \hat{Z} \frac{L}{D^5}$$
 - Nebo raději „time-marching“ s dynamickými rovnicemi ?

Další funkcionality modelů

- Sledování kvality plynu
 - Pohyblivou sítí - kvůli numerické disipaci!
- Výměna tepla s okolím trubky
 - Stacionární teplotní tok je špatně
 $k = \text{const}$
 - Vliv blízké tepelné kapacity je podstatný
 - Koncentrický model resp. zjednodušení



$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0$$

$$\left(\alpha_g T - \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_{r_g} = \alpha_g T_g$$

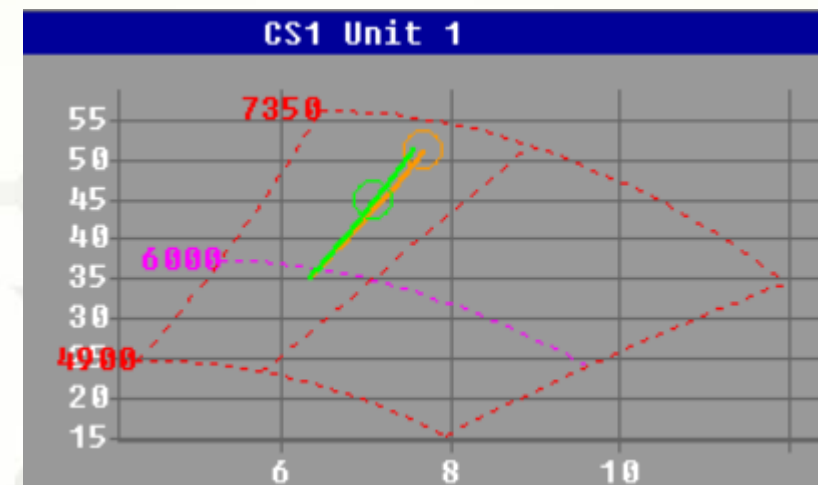
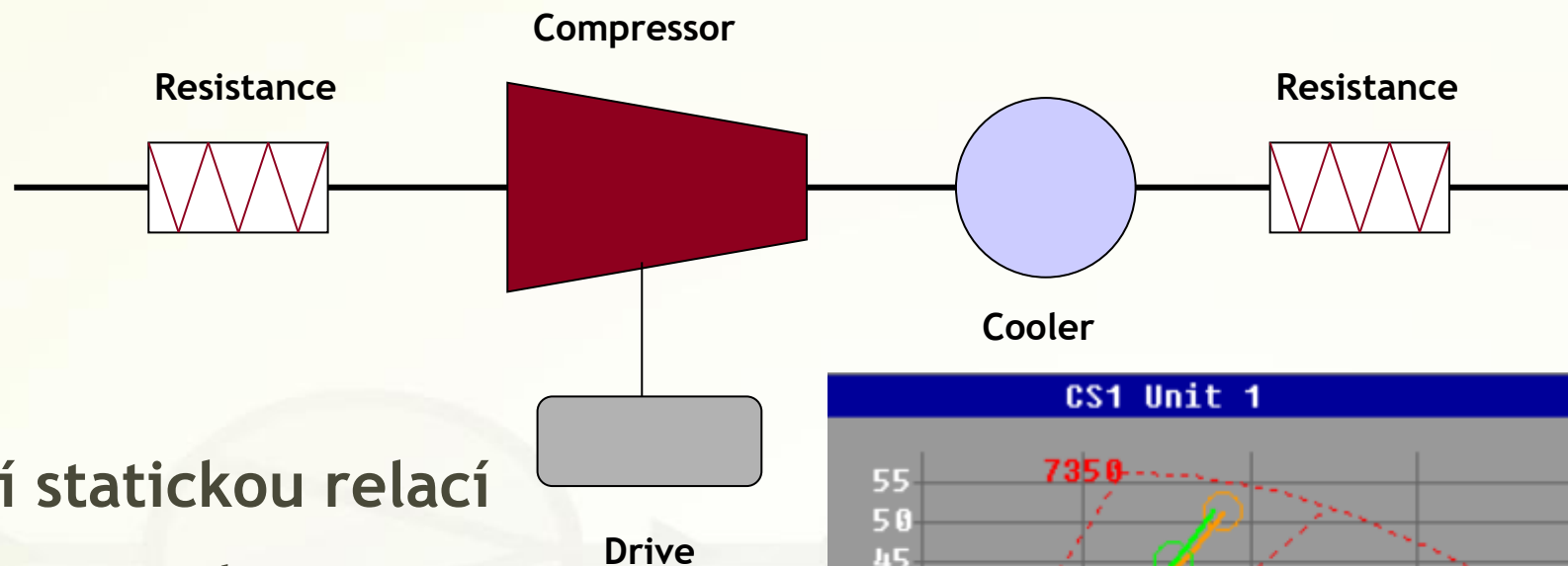
$$\left(\alpha_s T + \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_{r_s} = \alpha_s T_s$$

$$T(0, r) = T_0(r), \quad r \in (r_g, r_s)$$

$$Q_g = -2\pi r_g \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r_g}$$

Nepotrubní prvky

- Ventil/uzávěr
- Regulátor
- Kompresor
- Do sítě se zavádí statickou relací
 - Linearizace - síť vs. prvek
- **Netriviální termodynamický proces uvnitř**
- → Modely nepotrubní technologie



Numerické metody pro bilanční rovnice

- Rovnice (bez pravých stran) jsou hyperbolické
- Metoda charakteristik → explicitní schéma do času - CFL neutečeme☹
- „Box scheme“ - integrovat přes 4 body 2*2 čas*prostor...
- Kontrolní objemy - „staggered grid“?
 - p v uzlech sítě, m ve středech úseků...
- Metoda přímk (po prostorové diskretizaci)

Nakreslit
příklad v p, m

$$\dot{u} = Au + b$$

- Semi-implicitní θ -schéma

$$\frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} = A[\theta u^{n+1} + (1 - \theta)u^n] + b$$

Modely v reálném čase

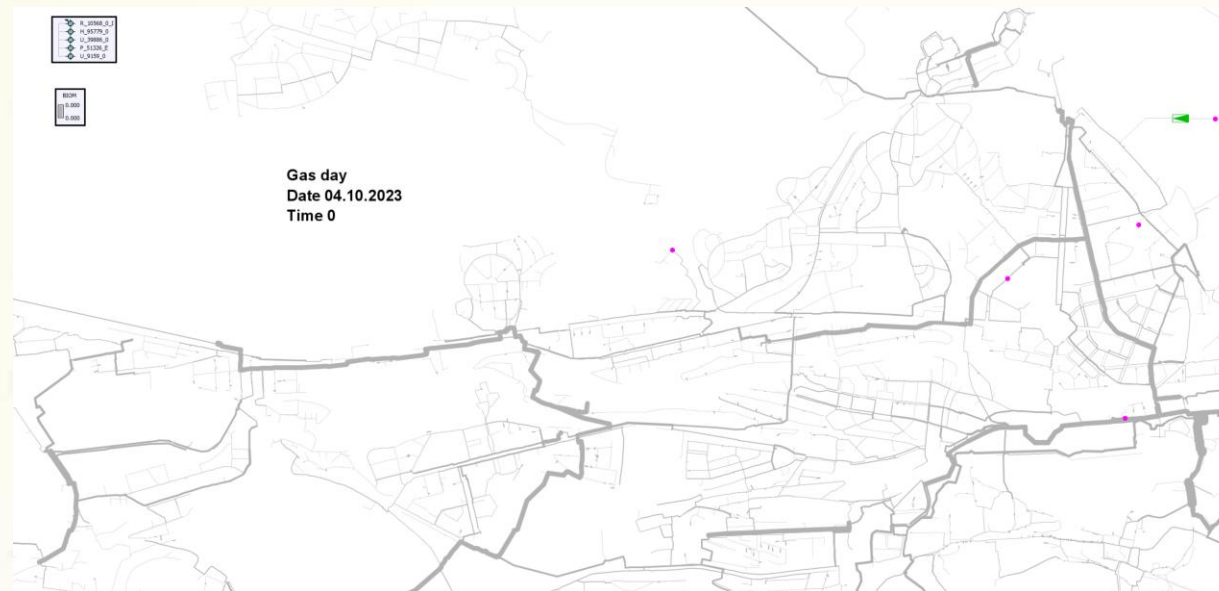
- Dynamický model - jeho stav:
 - Tlaky, průtoky, teploty, kvalita, nastavení - setpointy/polohy...
- Měření
 - Dodávky, odběry, vnitřní průtoky, tlaky, teploty, kvalita plynu...
 - Jenom někde $\ll$ stavových proměnných
- Přeurčená soustava, byla-li by měření jako okrajové podmínky
- Rekonstrukce stavu
 - Kálmánův filtr &
 - Několik přístupů... většinou inženýrsky zjednodušených

Optimalizace

- Účelová funkce
 - Kompresní práce resp. spotřeba energie
- Řídící proměnné - typicky průtoky kompresory
- Omezení
 - Rovnice soustavy → jako omezení tvaru rovností
 - Nerovností → typicky pro vybrané tlaky
- **Kompromis mezi detailem modelu soustavy a zvladatelností úlohy**
 - Stacionární - návod, jak nastavit řízení pro zadanou ustálenou přepravu
 - Dynamická - jak uřídit zadanou přepravu po daný časový úsek
 - Často p, m model...
 - Zjednodušení kompresorů...
 - Kombinatorika - diskrétní proměnné (počty strojů...) ☠

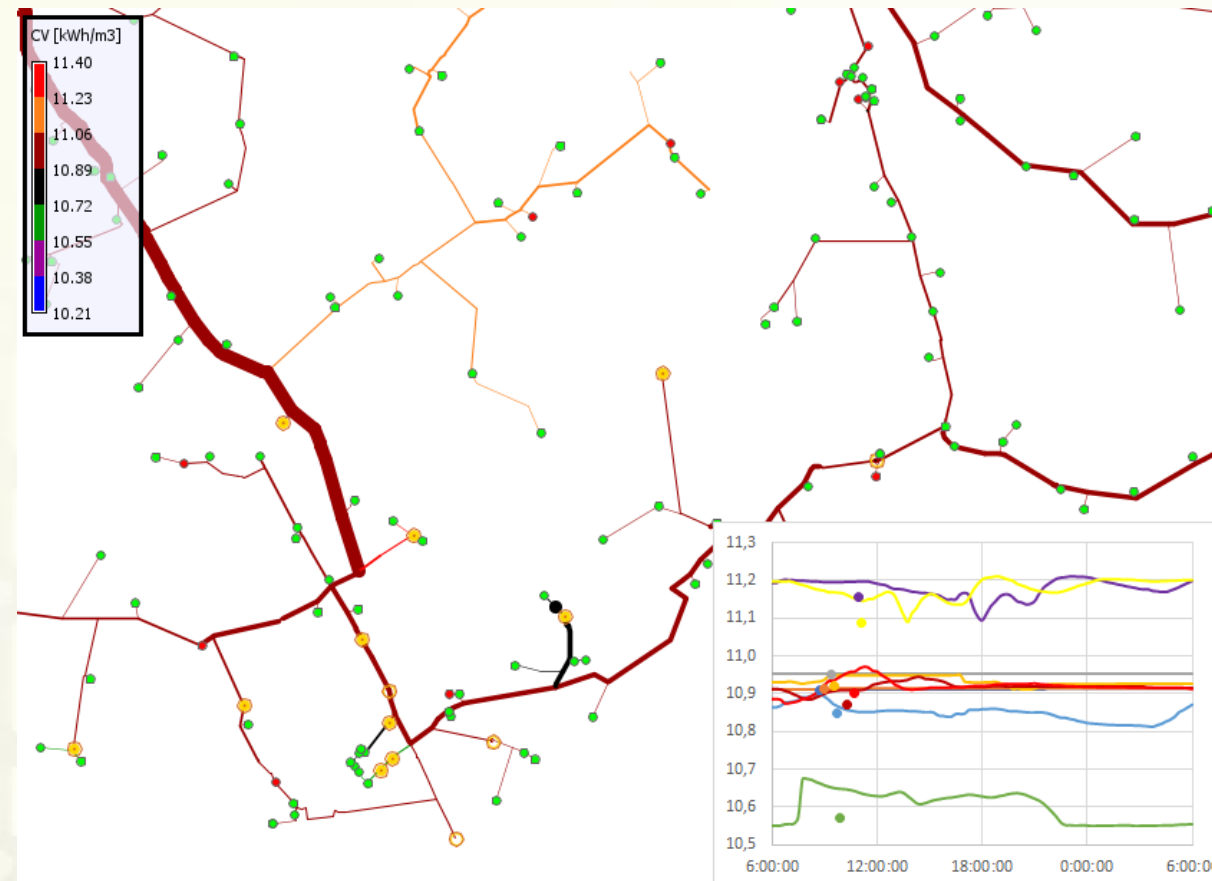
Aby to nebyla taková nuda - projekty ze života

- Biometan - o ~10% nižší spalné teplo → vyúčtování energie?
 - Výpočtové sledování spalného tepla po distribučních sítích



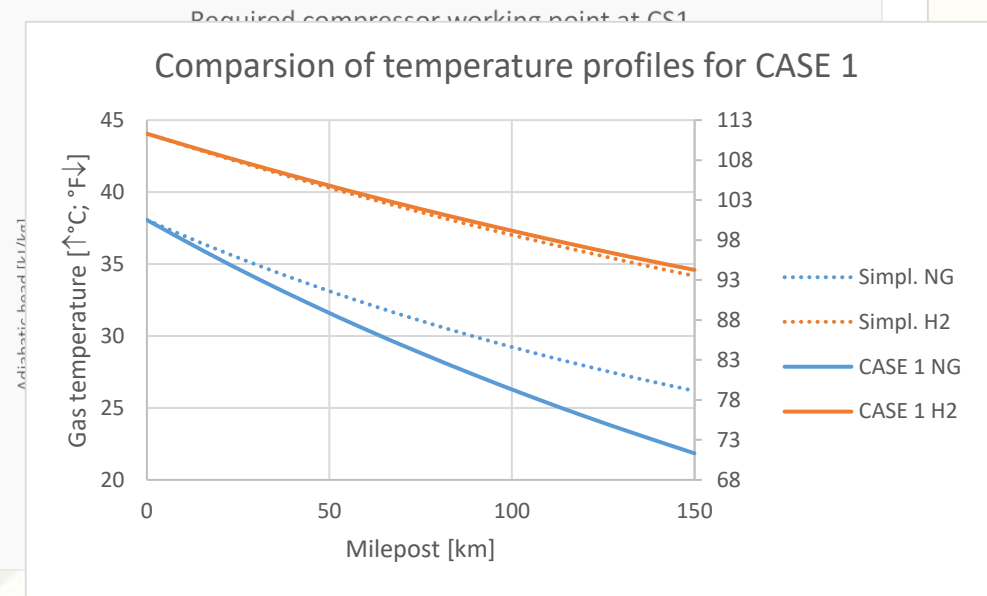
Simulated biomethane % in Prague distribution grid
SmartInejct project (TK03020191 TAČR)

Biometan ještě jednou (anonymně)



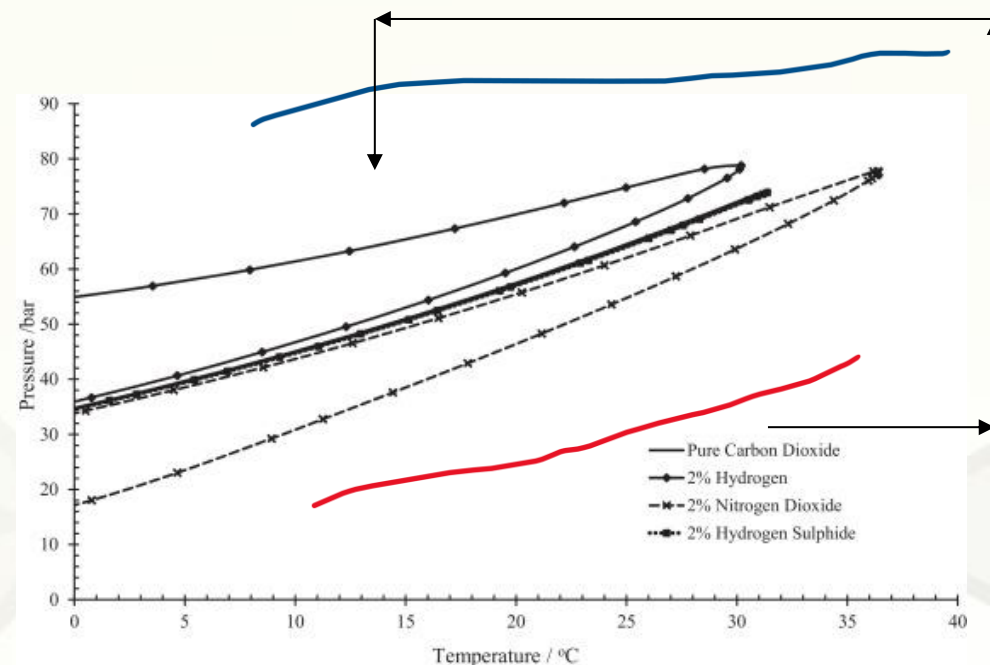
Vodík

- Jestli/kdy bude...
- Zajímavé dopady
 - Materiály
 - Hydraulika
 - Komprese
 - Malá akumulace
 - Omezená výroba
 - Skladování?
- Všichni musí počítat☺



Antropogenní CO₂

- Ze zachytu CO₂
 - CO₂ je potvora
 - Nečistoty k tomu!
- Klasický single-phase simulátor se dá opatrně použít
 - Plynná fáze - sběrné systémy
 - Dense-phase - dálková doprava ke vtláčení



Širší souvislosti - kromě plynu

- **Kapaliny**

- **Uhlovodíkové produktovody**
 - Částečně stlačitelné
 - Viskozita!
 - $\Rightarrow$ Teplota!
 - Rychlé děje - vysoká rychlost zvuku
 - Tlak par a slack flow
 - Batch tracking
 - DRA
- **Voda (tlaková)**
- **Otevřené kanály, řeky**
- **Non-newtonian fluids**

- **Multifázové proudění**

- **Svět sám pro sebe**
 - Dlouhá a zajímavá historie modelů
- **Těžba pod mořem**
 - Komplexní instalace
 - Nebezpečné odvětví!
- **Kapalina/plyn, voda**
- **Depozity**
 - Hydráty, vosk, asfalteny, vodní kámen
- **Flow assurance**
 - Prevence ucpání nepřístupných instalací

Co nás čeká?

- ML a AI ?
- Moderní HW ?
- Optimalizace
- „Klasické“ modelování tu ještě nějaký čas bude😊

Zaujalo Vás?

- Multidisciplinární aktivita
 - PDE
 - Numerické metody
 - Teorie systémů a řízení
 - Matematické programování
 - Fyzika, chemie, termodynamika
 - Plynárenství a jeho technologie
 - Programování
 - IT - implementace projektů
 - Soft-skills taky
- Zapracování - 2-3 roky určitě

Děkuji za pozornost

Díky za trpělivost
s rovnicemi😊

www.simone.eu