

# 1. soutěžní série

23. 2. 2015

**Úloha 1. (seriál 2)** Sečtěte řadu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{n!}.$$

**Úloha 2.** Je možné obarvit množinu přirozených čísel modře a červeně tak, aby neexistovala tříprvková aritmetická posloupnost složená z různých červených prvků ani nekonečná aritmetická posloupnost složená z různých modrých prvků?

**Úloha 3.** Vektory  $v_1, \dots, v_{n+1} \in \mathbb{R}^n$  splňují  $(v_i, v_j) < 0$  pro všechny dvojice  $i \neq j$ . Ukažte, že můžeme vyřadit libovolný z těchto vektorů a ostatní budou tvořit bázi.

**Úloha 4.** Všechny kořeny polynomu  $P(x)$  stupně  $n$  s komplexními koeficienty mají jednotkovou velikost. Dokažte, že mají jednotkovou velikost i všechny kořeny polynomu

$$2zP'(z) - nP(z).$$