

6. domácí série

Úlohy budou předváděny **až** na semináři 22. 5. 2017.

Úloha 1. Kolik uspořádaných dvojic (x, y) kladných přirozených čísel má největší společný dělitel 5! a nejmenší společný násobek 50!?

Úloha 2. Najděte všechny diferencovatelné funkce $z \mathbb{R}$ do \mathbb{R} , které splňují $f(x + f(y)) = f(y + f(x))$ pro všechna reálná x, y .

Úloha 3. Daný mnohoúhelník lze rozdělit na 2017 obdélníků (nebo čtverců), ale ne na 2016. Ukažte, že jej nelze rozdělit na 2017 trojúhelníků.

Úloha 4. (seriál) Komplexní $n \times n$ matice A, B splňují $A^2 = 0, B^2 = 0$ a $AB + BA = E$. Dokažte, že n je sudé.

- ★ **Úloha 5.** Nechť $\mathcal{B}([0, 1])$ značí prostor všech omezených reálných funkcí na $[0, 1]$ se supremovou normou a $\mathcal{C}([0, 1])$ podprostor sestávající ze všech spojitých funkcí. Existuje spojitě lineární zobrazení $\mathcal{B}([0, 1]) \rightarrow \mathcal{C}([0, 1])$, které by na $\mathcal{C}([0, 1])$ bylo identitou?
- ★ **Úloha 6.** Jaký maximální počet obdélníků $1 \times 10\sqrt{2}$ je možné odříznout z obdélníku 50×90 řezy rovnoběžnými se stranami velkého obdélníku?