

2. soutěžní série

11. 3. 2020

Úloha 1. Je možné vyjádřit každé přirozené číslo jako rozdíl dvou přirozených čísel, která jsou dělitelná stejným počtem prvočísel?

(10 bodů)

Úloha 2. Najděte všechna kladná reálná čísla c , pro něž existují $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq b$ splňující $a = ce^{-b}$, $b = ce^{-a}$.

(10 bodů)

Úloha 3. Existuje nekonečná množina množin M symetrických matic, taková že libovolné dvě různé matice $A, B \in M$ splňují $AB^2 = B^2A$, ale $AB \neq BA$?

(10 bodů)

Úloha 4. Hrajme následující hru s $n \geq 3$ žetony, z nichž každý má jednu stranu černou a jednu bílou. Na začátku leží žetony na obvodu kružnice v pravidelných rozestupech délky 1. V každém tahu odebereme jeden černý žeton (obrácený černou stranou nahoru) a otočíme všechny jeho sousedy (pokud nějaké má), tj. žetony ve vzdálenosti 1. Pro která počáteční rozestavení dokážeme při správné hře postupně odebrat všechny žetony?

(10 bodů)