

Úloha 3.3 Ukažte, že funkce musí být nejen na, ale i prostá a proto monotónní. Pro rostoucí f se může hodit, že z $f(x) > x$ plyne $f^2(x) > f(x)$. Pro klesající f a pevné $k \in \mathbb{N}$ má $f^{2k-1}(x)$ nejvýše jeden pevný bod, zatímco f^{2k} je opět rostoucí.

Úloha 4.5 Grupa G ze zadání je množinou konečně mnoha matic A_1, \dots, A_m uzavřenou na maticové násobení a obsahující inverzní prvky a jednotku. Příkladem (až na nulové stopy) mohou být matice $(n+1) \times (n+1)$, kde v bloku $n \times n$ budou matice permutací na n prvcích a poslední řádek a sloupec budou nulové. Jednotkou v takové množině bude jednotková matice I_n , za kterou přidáme nulový řádek a sloupec. Pokud pro nějaká i, j, k platí $A_i A_k = A_j A_k$, můžeme rovnici zprava vynásobit A_k^{-1} a získat $A_i = A_j$. Obecněji vidíme, že zobrazení $\cdot A_k : A_i \mapsto A_i A_k$ pouze permutuje prvky grupy, tedy $G = GA_k$. Zkuste vypočítat, jaká vlastní čísla může mít součet $\sum_{i=1}^m A_i$.

Úloha 5.2 Nutnou a postačující podmínkou je, aby množina všech k , pro která jsou a, b k -komutativní, byla uzavřená na rozdíly a násobení konstantami.

Úloha 5.3 Bylo předvedeno: BÚNO $1 \leq a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n \leq m$, $1 \leq b_1 \leq b_2 \leq \dots \leq b_m \leq n$. Částečné součty označme $c_i = a_1 + \dots + a_i$, $d_j = b_1 + \dots + b_j$. Pokud $c_i - d_j = c_k - d_\ell$, kde $i < k$, $j < \ell$, pak $a_{i+1} + \dots + a_k = b_{j+1} + \dots + b_\ell$. Jinak budou rozdíly $c_i - d_j$ navzájem různé pro všechny $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq m$.

Úloha 5.4 Rozmyslete si, že pro úhel $|\angle BAB'| \geq 90^\circ$ musí symetrické rozdělení na 7 ostroúhlých trojúhelníků vypadat následovně:

