

# 1. soutěžní série

**Úloha 1.** Rozdělme množinu  $\{1, 2, \dots, 5n\}$  na dvě disjunktní množiny. Ukažte, že existuje alespoň  $n$  párů  $(x, y)$ , pro které  $x$ ,  $y$  a  $x - y$  leží ve stejné množině.

**Úloha 2.** Nechť  $k, n \in \mathbb{N}$  splňují  $1 < k \leq n!$ . Dokažte, že  $k$  lze zapsat jako součet nanejvýš  $n$  různých dělitelů  $n!$ .

**Úloha 3.** Mějme polynom pátého stupně, jehož graf má tři inflexní body ležící na jedné přímce. Spočtete poměr obsahů všech dvojic omezených oblastí vymezených touto přímkou a grafem polynomu.

**Úloha 4.** Nechť  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 3$ . Buď  $P_1, P_2, \dots$  taková posloupnost  $n$ -úhelníků, že středy stran  $P_k$  tvoří vrcholy  $P_{k+1}$ . Ukažte, že v průniku všech těchto  $n$ -úhelníků leží právě jeden bod.