3. soutěžní série

3. 11. 2014

Úloha 1. Buď $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ reálná posloupnost a $A \in \mathbb{R}$. Platí následující: $\lim_{n\to\infty} a_n = A$, právě když pro všechna i, $j \in \mathbb{N}$ je

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}(a_i + a_{i+j} + a_{i+2j} + \cdots + a_{i+(n-1)j}) = A?$$

Úloha 2. Dort má tvar trojúhelníka, jehož jeden vnitřní úhel je **dvakrát** větší než jiný vnitřní úhel. Dokažte, že můžeme jedním rovným řezem rozříznout dort tak, že výsledné kusy půjdou zabalit (bez převracení) do krabice stejného tvaru a velikosti jako dort, avšak zrcadlově převrácené.

Úloha 3. V následující tabulce můžeme libovolně zpermutovat řádky a sloupce. Kolik různých tabulek můžeme dostat?

1	2	3	4	5	6	7
7	1	2	3	4	5	6
6	7	1	2	3	4	5
5	6	7	1	2	3	4
4	5	6	7	1	2	3
3	4	5	6	7	1	2
2	3	4	5	6	7	1

Úloha 4. **(Seriál 1)** Neexistuje kladná funkce $f : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$ splňující $f'(x) > f(f(x))$ pro všechna $x \geq 0$. Dokažte.

web: `http://atrey.karlin.mff.cuni.cz/resitel`