6. domácí série

11. 1. 2016

Úloha 1. Je pravda, že posloupnost reálných čísel $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ konverguje právě tehdy, když

$$\lim_{n\to\infty} \limsup_{m\to\infty} |x_n - x_m| = 0?$$

Úloha 2. Kolika různých hodnot může nabývat determinant reálné $n \times n$ matice A, pro kterou platí $A^3 - A^2 - 3A = -2I$?

Úloha 3. Máme $n(n+1)/2$ mincí uspořádaných do rovnostranného trojúhelníku otočených lícem dolů. V každém kroku vezmeme trojici navzájem sousedních mincí (tvořící trojúhelníček) a všechny tři mince otočíme. Pro která n lze dosáhnout všech mincí otočených lícem nahoru?

Úloha 4. (seriál) Dokaže, že pro každé přirozené číslo n existuje nekonečně mnoho prvočísel tvaru $kn+1$, kde k je přirozené číslo.

Úloha 5. Rozhodněte, zda následující nevlastní integrál konverguje, či diverguje

$$\lim_{B\to+\infty} \int_0^B \sin x \sin(x^2)\,\mathrm{d}x$$

⋆ **Úloha 6.** Nechť R je konečný komutativní okruh, ne nutně s jednotkou. Ukažte, že R má jednotku právě tehdy, když 0 je jediný anihilátor R, neboli

$$((\forall x \in R)\; ax = 0) \Rightarrow a = 0.$$

web: `http://atrey.karlin.mff.cuni.cz/resitel`