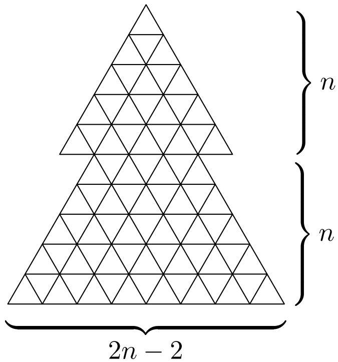
6. soutěžní série

19. 12. 2016

Úloha 1. Existuje konvexní sedmiúhelník takový, že ho lze rozložit na 2017 (ne nutně přímo) shodných trojúhelníků? (5 bodů)

Úloha 2. Kolik trojúhelníků (všech velikostí) je na obrázku vánočního stromečku?



(10 bodů)

Úloha 3. **(seriál)** Mějme $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ takové, že pro každá dvě různá $x, y \in \mathbb{R}$ platí $f(x) + g(y) > 0$ nebo $f(y) + g(x) > 0$. Dokažte, že $f(x) + g(x) < 0$ může platit jen pro spočetně mnoho různých $x \in \mathbb{R}$. (10 bodů)

Úloha 4. Nechť a, b, c a d jsou (ne nutně nenulové) cifry a nechť (nejvýše) čtyřciferná čísla $\overline{abcd}$, $\overline{badc}$, $\overline{cdab}$, $\overline{dcba}$ jsou dělitelná prvočíslem p. Pak aspoň jedno z čísel

$$a + b + c + d,\ a + b - c - d,\ a - b + c - d,\ a - b - c + d$$

je dělitelné prvočíslem p. (15 bodů)

---

web: `http://atrey.karlin.mff.cuni.cz/resitel`