4. soutěžní série

15. 11. 2021

Úloha 1. Nechť funkce $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ splňuje $f(z)f(iz) = z^2$ pro $z \in \mathbb{C}$. Dokažte, že $f(z) + f(-z) = 0$. (5 bodů)

Úloha 2. V rovině jsou dány body $A_1, A_2, \ldots, A_n$. Pro $s > 0$ najděte všechny body P splňující $\sum_{i=1}^{n} |A_iP|^2 = s$. (10 bodů)

Úloha 3. Ukažte, že n nedělí $2^n - 1$ pro žádné $n > 1$. (10 bodů)

Úloha 4. Určete

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{1^2 3^2 \cdots (2n+1)^2}}{1 + 3 + \cdots + (2n+1)}.$$

(15 bodů)

web: `http://karlin.mff.cuni.cz/resitel`