

2. soutěžní série

17. 10. 2022

Úloha 1. Najděte všechna řešení rovnice

$$\sqrt{x + \sqrt{4x + \sqrt{16x + \sqrt{\cdots + \sqrt{4^n x + 3}}}} - \sqrt{x} = 1.$$

(5 bodů)

Úloha 2. Buď $n \in \mathbb{N}$ a $S = \{1, 2, \dots, n\}$. Podmnožinu množiny S nazveme *rozptýlenou*, jestliže neobsahuje 2 prvky s rozdílem 1. Kolik je k -prvkových rozptýlených podmnožin množiny S ? (5 bodů)

★ **Úloha 3.** Existuje $\alpha \in \mathbb{R}^+$ takové, že $\lfloor \alpha^n \rfloor - n$ je sudé pro všechna $n \in \mathbb{N}$? (15 bodů)

★ **Úloha 4.** Nalezněte všechna komplexní čísla w taková, že existuje polynom P s kladnými reálnými koeficienty takový, že $P(w) = 0$. (Pozor, polynom nemůže mít žádné koeficienty mezi vedoucím a absolutním členem nulové, tj. např. polynomy $x^2 + 1$ a x nevyhovují, protože mají nulový koeficient u lineárního, resp. absolutního členu. (15 bodů)