



EXPONENCIÁLNÍ VYROVNÁVÁNÍ PRO NEPRAVIDELNÉ ČASOVÉ ŘADY

TOMÁŠ HANZÁK
tomas.hanzak@post.cz

Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky
MFF UK Praha



ABSTRAKT Předpovědní a vyrovnávací metody typu exponenciálního vyrovnávání jsou s oblibou používány v praxi. V literatuře se v minulosti objevily také modifikace těchto metod pro časové řady pozorované v nepravidelných časových intervalech. V příspěvku jsou zdůrazněny problémy plynoucí v tomto případě z časové nepravidelnosti pozorování a naznačena možná řešení. Důsledně je rozlišována časová řada s chybějícími pozorováními a obecnější případ nepravidelné časové řady. Vedle již dříve publikovaných metod jsou prezentovány metody či jejich modifikace navržené autorem (exponenciální vyrovnávání řádu m , nepravidelně pozorovaný ARIMA(0, 1, 1) proces, modifikovaná Holtova metoda, Holt-Wintersova metoda modelující sezónost pomocí goniometrických funkcí).

NEPRAVIDELNÉ ČASOVÉ ŘADY

Nepravidelná časová řada = řada s pozorováními obecně nepravidelně rozmístěnými v čase. Časy pozorování pouze musí tvořit roustoucí posloupnost reálných čísel.

Časová řada s chybějícími pozorováními = často zkoumaný speciální případ. Pozorování jsou výběrem z pravidelné časové mřížky.

Problémy plynoucí z obecné nepravidelnosti:

- **Časový krok** mezi dvěma pozorováními je libovolné kladné reálné číslo (obecně ne přirozené). Speciálně může být $\ll 1$, viz dále.
- Totéž platí také pro **předpovědní horizonty**, o které se zajímáme.
- Náhodné procesy s **diskrétním časem** nejsou vhodným modelem (ale stále mohou být používány pro řady s chybějícími pozorováními). Vhodnější jsou náhodné procesy **se spojitým časem**.
- Modelování sezónosti pomocí **sezónních indexů** (jako v klasické Holt-Wintersově metodě) naráží na problémy, viz dále.

EXISTUJÍCÍ METODY

- **Jednoduché exponenciální vyrovnávání** a **Holtova metoda** pro nepravidelné časové řady, viz [7]. Jde o přímočaré zobecnění.
- **ARIMA(0, 1, 1)** a **ARIMA(0, 2, 2)** procesy s jedinou souvislou mezerou v pozorováních, viz [1]. Alternativa k předchozímu bodu.
- **Holt-Wintersova metoda** pro časové řady s chybějícími pozorováními, viz [4]. Používá sezónní indexy, nelze použít pro obecně nepravidelné řady.
- **Holt-Wintersova metoda** pro případ jediné souvislé mezery v pozorováních, viz [6]. Alternativa k předchozímu bodu.
- **Dvojitě exponenciální vyrovnávání** pro nepravidelné časové řady, viz [2]. Zobecnění klasické metody.
- Holtova metoda s **exponenciálním** či **tlumeným lineárním trendem** pro nepravidelné časové řady, viz [2].

NEPR. POZOROVANÝ ARIMA(0, 1, 1) PROCES

Viz [3]. Je alternativou k jednoduchému exponenciálnímu vyrovnávání ze [7]. Vychází z předpokladu, že zkoumaná časová řada je nepravidelně pozorovaný proces ARIMA(0, 1, 1). Dává vzorec pro **optimální vyrovnávací koeficient v každém kroku**, v závislosti na jeho délce (v čase) a také na minulé časové struktuře řady. **Jde o rekurentní metodu** se snadnou implementací. **Je zobecněním [1]**, kde se uvažuje jen případ jediné souvislé mezery v pozorováních. Lze úspěšně **použít i na obecně nepravidelné řady** (přestože je odvozeno pro případ chybějící pozorování).

EXPONENCIÁLNÍ VYROVNÁVÁNÍ ŘÁDU m

Viz [3]. Adaptivní rekurentní metoda pro nepravidelné časové řady s **lokálně polynomickým trendem stupně m** . Pracuje s $m + 1$ rekurentně definovanými **vyrovnávacími statistikami** $S_{t_n}^{[p]}$, $p = 1, 2, \dots, m + 1$. Je zobecněním stejné metody pro pravidelné řady a dvojitě exponenciálního vyrovnávání pro nepravidelné řady (případ $m = 1$) z [2]. Alternativou je odhad polynomického trendu stupně m **metodou vážených nejmenších čtverců** (DLS, *Discounted Least Squares*), který dává totožné výsledky jen v případě pravidelných řad.

MODELOVÁNÍ SEZÓNOSTI

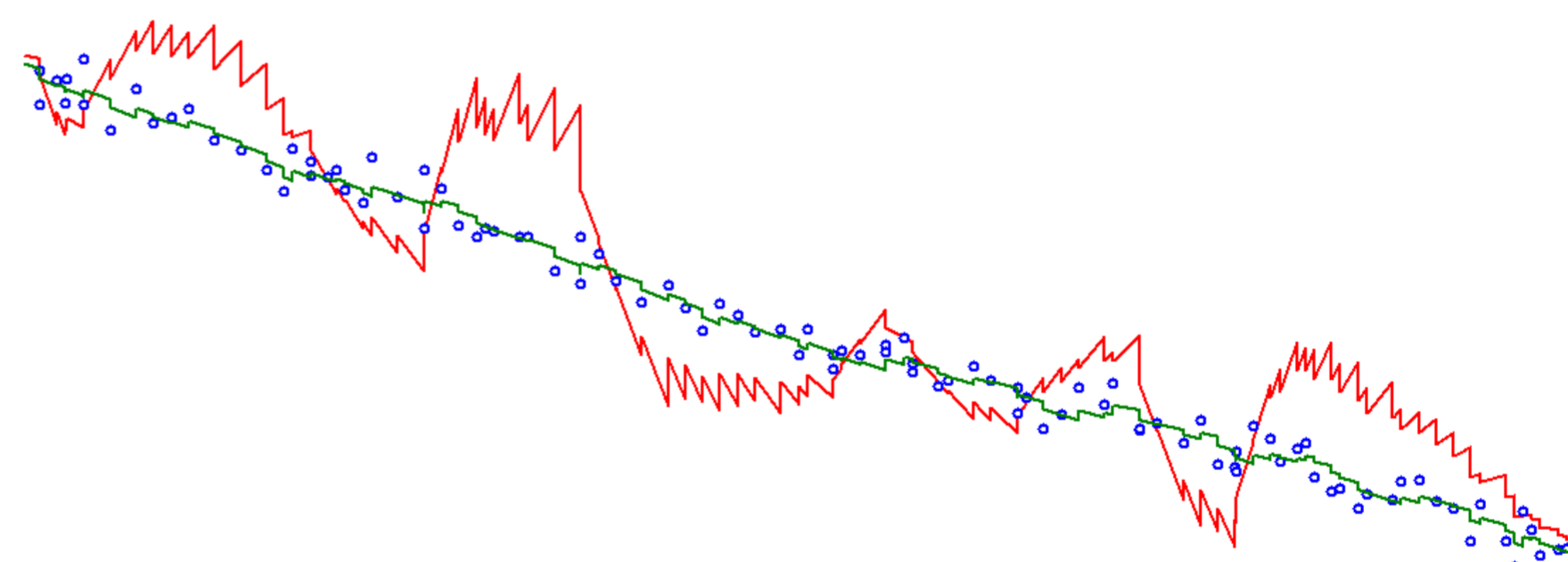
- Většina časových řad z praxe je **sezónního charakteru** (obsahuje nejčastěji roční, týdenní či denní sezónost).
- **Sezónní indexy** (např. v Holt-Wintersově metodě) jsou založeny na tom, že každé pozorování **lze jednoznačně zařadit do jedné z konečného počtu sezón** (leden, únor... v případě roční sezónosti).
- Toto funguje u pravidelných časových řad a řad s chybějícími pozorováními, **ale již ne u obecně nepravidelných časových řad!**
- K modelování sezónosti v Holt-Wintersově metodě lze pak použít buď **(1) interpolaci sousedních sezónních indexů** nebo **(2) goniometrické funkce**, což je někdy rozumnou alternativou sezónních indexů i v případě pravidelné časové řady.

MODIFIKOVANÁ HOLTOVA METODA

Holtova metoda pro nepravidelné časové řady ze [7] je **citlivá na pozorování následující těsně po sobě v čase**. Tehdy může dojít k **výraznému vychýlení odhadu směrnice trendu**. V [5] je navržena velice jednoduchá modifikace metody, která zmíněný problém řeší:

Původní metoda	Upravená metoda
$\gamma_{t_{n+1}} = \frac{\gamma_{t_n}}{\gamma_{t_n} + (1 - \gamma)^{t_{n+1} - t_n}}$	$\gamma_{t_{n+1}} = \frac{\gamma_{t_n}}{\gamma_{t_n} + \frac{t_n - t_{n-1}}{t_{n+1} - t_n} (1 - \gamma)^{t_{n+1} - t_n}}$
kde $\gamma_{t_{n+1}} \in (0, 1)$ je vyrovnávací koeficient pro aktualizaci směrnice trendu v čase $t_{n+1} > t_n$ a $\gamma \in (0, 1)$ je příslušná vyrovnávací konstanta.	

Na obrázku jsou předpovědi získané původní (**červeně**) a modifikovanou (**zeleně**) Holtovou metodou (se stejnými vyrovnávacími konstantami) při použití na řadu s časově blízkými pozorováními.



Sdělení: Tento poster je součástí výzkumného projektu MSM0021620839. Děkuji mému školiteli Prof. Tomáši Ciprovi za laskavou podporu v mé výzkumné činnosti. Má účast na konferenci byla na návrh KPMS MFF UK financována z daru ČSOB. Děkuji.

Literatura

- [1] Aldrin M., Damsleth E.: *Forecasting non-seasonal time series with missing observations*. Journal of Forecasting 8 (1989), 97–116.
- [2] Cipra T.: *Exponential smoothing for irregular data*. Applications of Mathematics 51 (2006), 597–604.
- [3] Cipra T., Hanzák T.: *Exponential smoothing for irregular time series*. Kybernetika 44 (2008), 385–399.
- [4] Cipra T., Trujillo J., Rubio A.: *Holt-Winters method with missing observations*. Management Science 41 (1995), 174–8.
- [5] Hanzák T.: *Improved Holt method for irregular time series*. To appear in WDS'08 Proceedings of Contributed Papers.
- [6] Raterger T.: *Seasonal time series with missing observations*. Applications of Mathematics 41 (1996), 41–55.
- [7] Wright D. J.: *Forecasting data published at irregular time intervals using extension of Holt's method*. Management Science 32 (1986), 499–510.