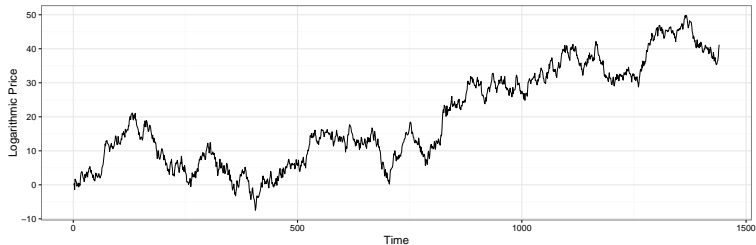


Odhad integrované variance za přítomnosti mikrostrukturního šumu pomocí lineární regrese

Vladimír Holý Petra Tomanová

Katedra ekonometrie
Vysoká škola ekonomická v Praze

Robust 2016
11. – 16. září 2016



- měření rizika finančních aktiv
- odhad denního či intradenního rozptylu
- nutnost použití vysokofrekvenčních dat

- **eficientní cena** - nepozorovatelný spojitý semimartingal

$$p_{\tau}^* = p_0^* + \int_0^{\tau} \mu(s) ds + \int_0^{\tau} \sigma(s) dW_s,$$

- **eficientní cena** - nepozorovatelný spojitý semimartingal

$$p_{\tau}^* = p_0^* + \int_0^{\tau} \mu(s) ds + \int_0^{\tau} \sigma(s) dW_s,$$

- pozorovatelný diskrétní proces kontaminovaný **mikrostrukturním šumem**

$$p_{t_i} = p_{t_i}^* + \varepsilon_{t_i},$$

- **eficientní cena** - nepozorovatelný spojitý semimartingal

$$p_{\tau}^* = p_0^* + \int_0^{\tau} \mu(s) ds + \int_0^{\tau} \sigma(s) dW_s,$$

- pozorovatelný diskrétní proces kontaminovaný **mikrostrukturním šumem**

$$p_{t_i} = p_{t_i}^* + \varepsilon_{t_i},$$

- **integrovaná variance**

$$IV(a, b) = \int_a^b \sigma^2(s) ds.$$

- **realizovaná variance (RV)** - estimátor integrované variance

$$RV^n = \sum_{i=1}^n (p_{t_i} - p_{t_{i-1}})^2$$

- **realizovaná variance (RV)** - estimátor integrované variance

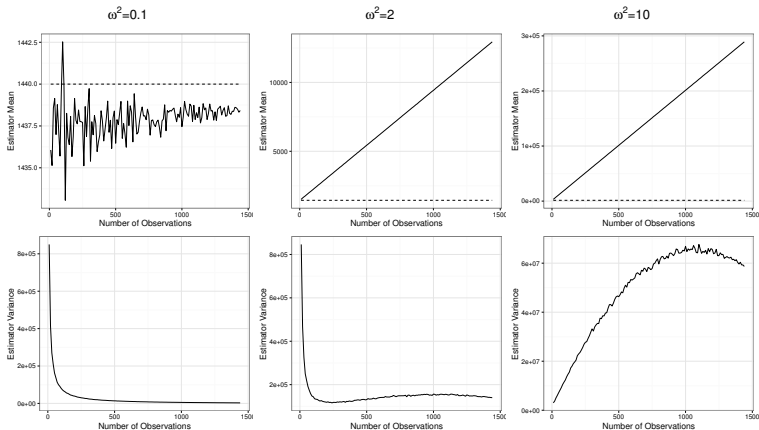
$$RV^n = \sum_{i=1}^n (p_{t_i} - p_{t_{i-1}})^2$$

- za přítomnosti šumu lze vzorec rozepsat

$$RV^n = \sum_{i=1}^n (p_{t_i}^* - p_{t_{i-1}}^*)^2 + 2 \sum_{i=1}^n (p_{t_i}^* - p_{t_{i-1}}^*) (\varepsilon_{t_i} - \varepsilon_{t_{i-1}}) + \sum_{i=1}^n (\varepsilon_{t_i} - \varepsilon_{t_{i-1}})^2$$

Realizovaná variance

Simulations for White Noise



- RV lineárně diverguje do nekonečna pro $n \rightarrow \infty$
- chování rozptylu RV značně závisí na rozptylu šumu ω^2

Odhad pomocí lineární regrese

- předpokládáme bílý šum
- počítáme RV pro různé počty pozorování n_k
- modelujeme vychýlení RV v závislosti na n_k

$$RV^{n_k} = \alpha + 2 \cdot \beta \cdot n_k + \xi_k$$

- α odpovídá odhadu integrované variance
- β odpovídá odhadu rozptylu šumu

Odhad pomocí lineární regrese

- předpokládáme bílý šum
- počítáme RV pro různé počty pozorování n_k
- modelujeme vychýlení RV v závislosti na n_k

$$RV^{n_k} = \alpha + 2 \cdot \beta \cdot n_k + \xi_k$$

- α odpovídá odhadu integrované variance
- β odpovídá odhadu rozptylu šumu
- rozptyl RV aproximujeme hyperbolou
- dostaneme homoskedastický model

$$\sqrt{n_k} \cdot RV^{n_k} = \alpha \cdot \sqrt{n_k} + \beta \cdot n_k^{\frac{3}{2}} + \chi_k, \quad \chi_k = \sqrt{n_k} \cdot \xi_k.$$

Odhad pomocí lineární regrese

- předpokládáme bílý šum
- počítáme RV pro různé počty pozorování n_k
- modelujeme vychýlení RV v závislosti na n_k

$$RV^{n_k} = \alpha + 2 \cdot \beta \cdot n_k + \xi_k$$

- α odpovídá odhadu integrované variance
- β odpovídá odhadu rozptylu šumu
- rozptyl RV aproximujeme hyperbolou
- dostaneme homoskedastický model

$$\sqrt{n_k} \cdot RV^{n_k} = \alpha \cdot \sqrt{n_k} + \beta \cdot n_k^{\frac{3}{2}} + \chi_k, \quad \chi_k = \sqrt{n_k} \cdot \xi_k.$$

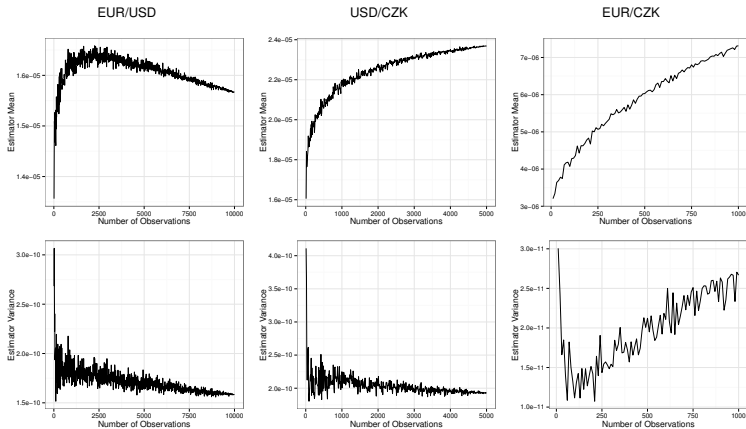
- RV má asymptoticky normální rozdělení

- Simulace relativních chyb odhadů integrované variance

Šum	RV	MLE	RKE	PAE	LRE
Žádný	-0.001	-0.005	-0.007	-0.042	-0.005
Bílý	1.998	-0.009	0.025	-0.043	-0.008
AR(1)	1.198	0.353	0.057	-0.023	0.225
Korelovaný	0.855	0.127	0.137	0.084	0.127

- RV – realizovaná variance
- MLE – metoda maximální věrohodnosti
- RKE – realizovaný kernel
- PAE – pre-averaging estimátor
- LRE – estimátor pomocí lineární regrese

Forex Pairs Sampled at Tick Time



- šum může být negativně korelovaný s eficientní cenou
- šum je závislý v čase

- bílý šum je příliš svazující pro reálná data
- je třeba modelovat střední hodnotu vychýlení RV a rozptyl RV pomocí složitějších funkcí

Děkujeme za pozornost.