

**Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta**



**Kateřina Koňasová
Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky**

Varianty K-funkce pro stacionární bodové procesy

ROBUST 2016

15. 9. 2016

Obsah

- Bodový proces v rovině.

Obsah

- Bodový proces v rovině.
- Klasická definice K-funkce.

Obsah

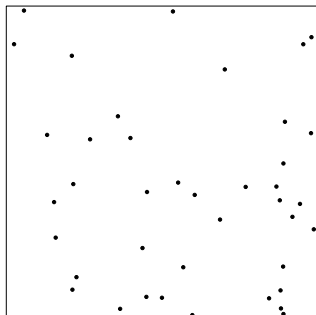
- Bodový proces v rovině.
- Klasická definice K-funkce.
- Varianty klasické K-funkce citlivé na změnu orientace.

Obsah

- Bodový proces v rovině.
- Klasická definice K-funkce.
- Varianty klasické K-funkce citlivé na změnu orientace.
- Hledání dominantního směru.

Bodový proces v rovině

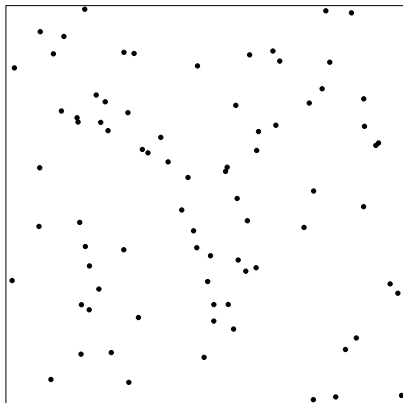
- Bodovým procesem zde rozumíme náhodnou lokálně konečnou množinu bodů v rovině.



Obrázek: Realizace bodového procesu v rovině. Proces obsahuje 40 bodů na pozorovacím okně $[0, 1] \times [0, 1]$.

Poissonův bodový proces

- Představuje model pro takové bodové procesy, mezi jejichž body neexistují žádné interakce.

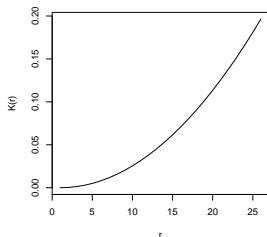


Klasická definice K-funkce

- K-funkce je jedna z nejpoužívanějších popisných charakteristik pro bodové procesy.

$$K(r) = \int_{b(o,r)} g(u) \, du$$

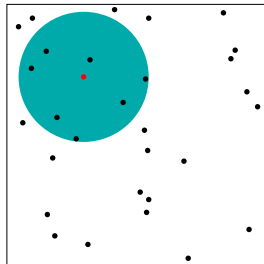
- Funkci g nazýváme párová korelační funkce.
- Symbol $b(o, r)$ značí kruh se středem v počátku soustavy souřadnic a poloměrem r .
- Pro Poissonův proces platí $g(u) = 1$, tedy $K(r) = \pi r^2$.



Klasická definice K-funkce

- Empirický odhad K-funkce je dán jako:

$$\hat{K}(r) = \sum_{x,y \in X \cap W}^{\neq} \frac{\mathbf{1}\{y - x \in b(o, r)\}}{\hat{\lambda}_n^2 |W \cap W_{y-x}|}.$$

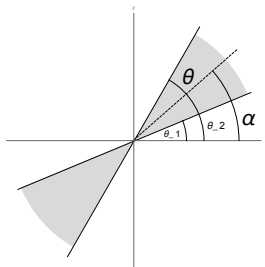


Směrová varianta K-funkce

- Zavedme množinu

$$\mathcal{V}(r, \theta_1, \theta_2), \theta_1, \theta_2 \in [0, 2\pi], r > 0.$$

- Směr výseče je $\alpha = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$.
- Velikost úhlu výseče je $\theta = \theta_2 - \theta_1, 0 < \theta \leq \pi$.

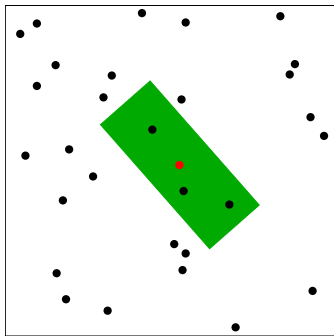
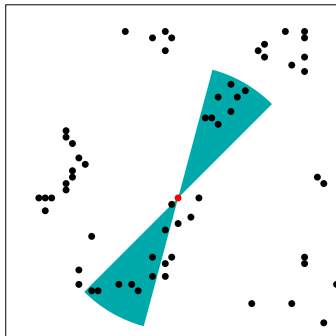


$$K(r, \theta_1, \theta_2) = \int_{\mathcal{V}(r, \theta_1, \theta_2)} g(u) du$$

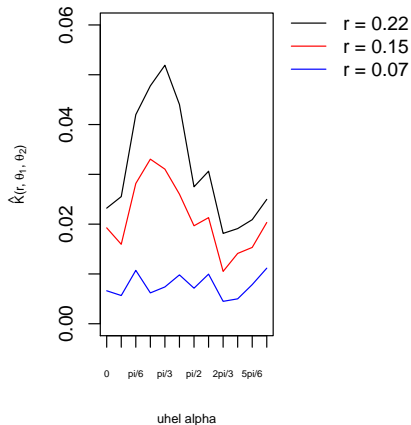
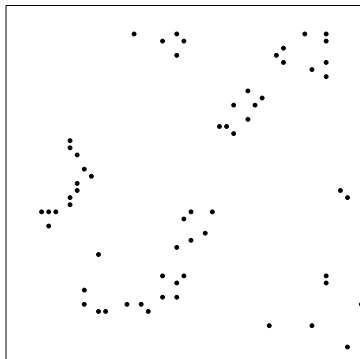
Směrová varianta K-funkce

- Empirický odhad směrové K-funkce je dán jako:

$$\hat{K}(r, \theta_1, \theta_2) = \sum_{x, y \in X \cap W}^{\neq} \frac{\mathbf{1}\{y - x \in \mathcal{V}(r, \theta_1, \theta_2)\}}{\hat{\lambda}_n^2 |W \cap W_{y-x}|}.$$



Hledání dominantního směru pro dataset **redwood**



Děkuji za pozornost.