

DETEKCIA KAUZALITY V DYNAMICKÝCH SYSTÉMOCH CEZ NEURÓNOVÉ SIETE

Jozef Jakubík, Anna Krakovská

Ústav merania
Slovenská akadémia vied

25. 1. 2018

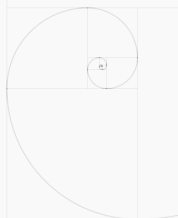
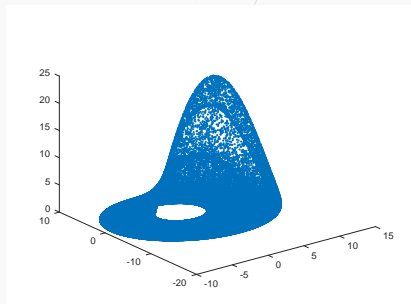


Rösslerov systém

$$\dot{x}_1 = -6(x_2 + x_3)$$

$$\dot{x}_2 = 6(x_1 + 0.2x_2)$$

$$\dot{x}_3 = 6(0.2 + x_3(x_1 - 5.7))$$

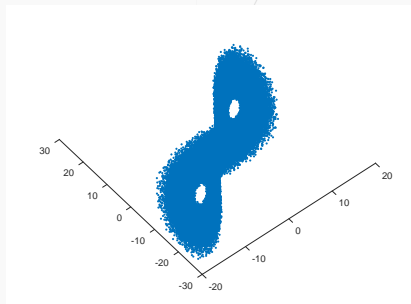


Lorenzov systém

$$\dot{x}_1 = 10(-x_1 + x_2)$$

$$\dot{x}_2 = 28x_1 - x_2 - x_1x_3$$

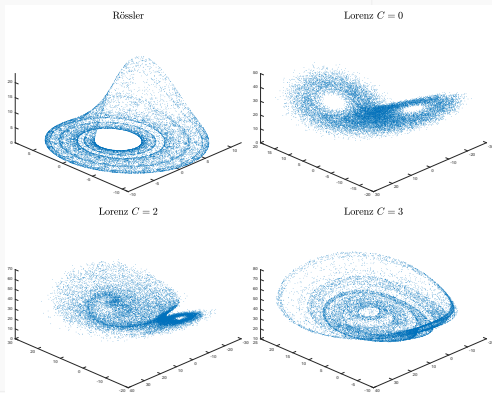
$$\dot{x}_3 = x_1x_2 - 8/3x_3$$



Prepojené DS: Rössler → Lorenz

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -6(x_2 + x_3) \\ \dot{x}_2 &= 6(x_1 + 0.2x_2) \\ \dot{x}_3 &= 6(0.2 + x_3(x_1 - 5.7))\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= 10(-y_1 + y_2) \\ \dot{y}_2 &= 28y_1 - y_2 - y_1y_3 + Cx_2^2 \\ \dot{y}_3 &= y_1y_2 - 8/3y_3\end{aligned}$$



Takensova veta

V realite nepozorujeme všetky komponenty DS a teda nevieme presne zrekonštruovať atraktor DS $M(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))$.

[Takens, 1981]

Uvažujme rekonštruovaný atraktor M^* :

$$M^* = (x_i(t), x_i(t-1), x_i(t-2)).$$

Potom atraktory M a M^* sú „podobné“ (topologicky identické).

Takensova veta

V realite nepozorujeme všetky komponenty DS a teda nevieme presne zrekonštruovať atraktor DS $M(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))$.

[Takens, 1981]

Uvažujme rekonštruovaný atraktor M^* :

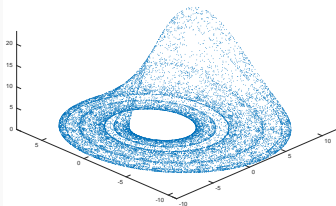
$$M^* = (x_i(t), x_i(t-1), x_i(t-2)).$$

Potom atraktory M a M^* sú „podobné“ (topologicky identické).

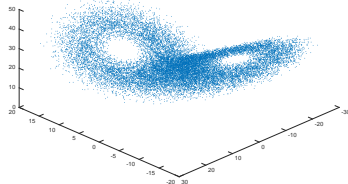
$$M^* = (x_i(t), x_i(t-\tau), x_i(t-2\tau), \dots, x_i(t-(E-2)\tau), x_i(t-(E-1)\tau))$$

Rekonštrukcie

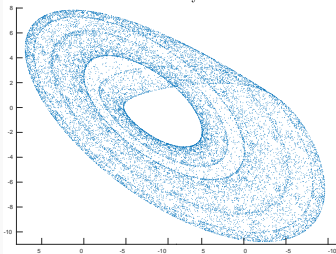
Rössler



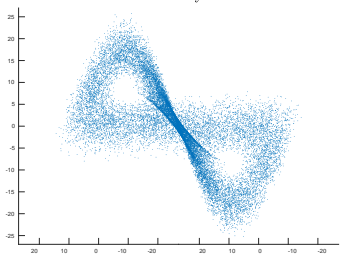
Lorenz $C = 0$



rekonštruovaný Rössler



rekonštruovaný Lorenz

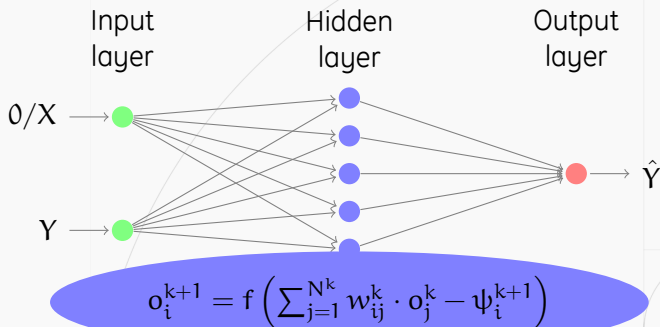


Zistiť či sú dva DS prepojené ($C \neq 0$).

Vývoj

- [Granger, 1969] (lineárny AR model)
 - ▶ Odhad modelu na predikciu Y na základe Y.
 - ▶ Odhad modelu na predikciu Y na základe Y a X.
 - ▶ Porovnanie chýb modelov.
- rozšírené GK (napríklad cez lokálnu lineárnu aproximáciu alebo alebo zovšeobecnenie modelu)
- [Sugihara et al., 2012]

Neurónová sieť



N^k počet neurónov na k -tej vrstve,

o_j^k výstup j -teho neurónu na k -tej vrstve,

w_{ij}^k váha spojenia j -teho neurónu na k -tej vrstve a i -teho na $k + 1$ vrstve,

ψ prah expirácie,

$f(x)$ aktivačná funkcia (napríklad sigmoid).

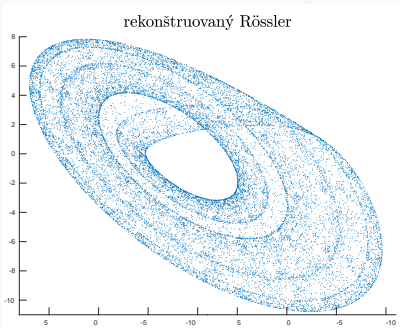
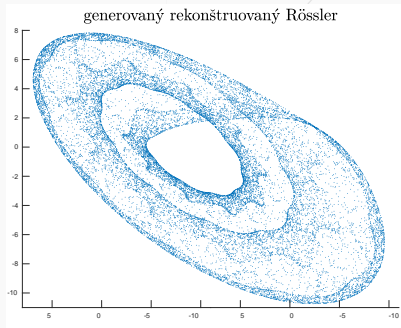
Surogátne testy

- Monte Carlo testy pre časové rady.
- Permutácie časového radu, Fourierova transformácia a náhodné generovanie fázy.
- Nezachovávajú dynamiku originálneho DS.

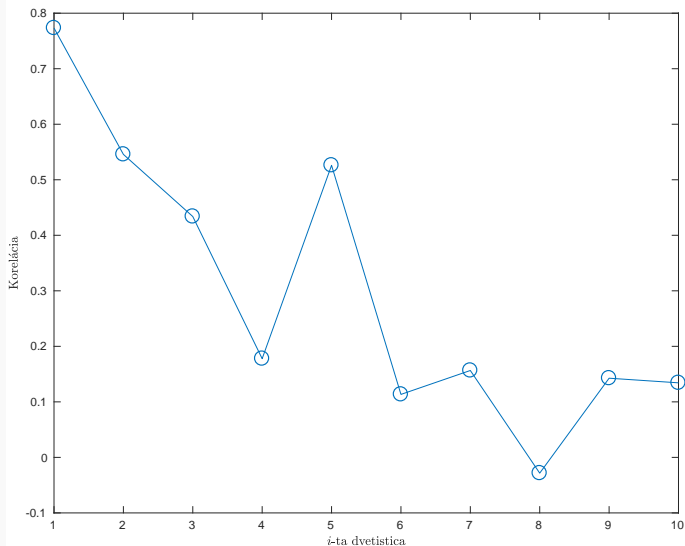
Surogátny model

Model neurónovej siete predikujúci X na základe X ($X \rightarrow X$).

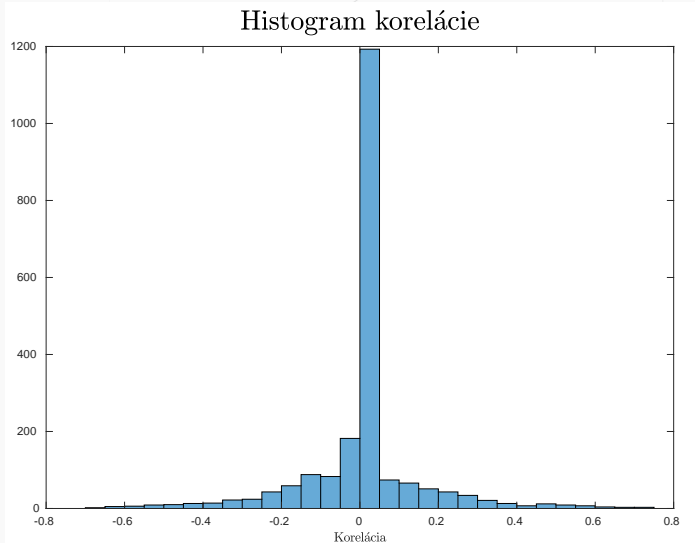
Vizuálna podobnosť



Desynchronizácia v čase



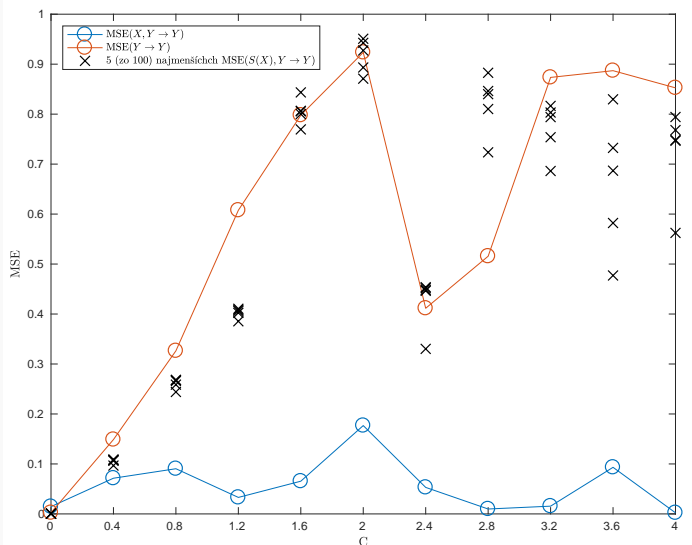
Histogram korelácie



Opakovanie

- Časové rady X, Y z DS.
- Model neurónovej siete na predikciu Y len na základe Y ($Y \rightarrow Y$).
- Model neurónovej siete na predikciu Y na základe X a Y ($X, Y \rightarrow Y$).
- Surogátny model neurónovej siete na generovanie $S(X)$ tréňovaný na predikciu X na základe X ($X \rightarrow X$).
- $100 \times$ Model neurónovej siete na predikciu Y na základe $S(X)$ a Y ($S(X), Y \rightarrow Y$).
- Všetky modeli necháme predikovať Y a porovnáme chyby ktorých sa dopustili cez MSE.

Rössler → Lorenz



Záver

- Niektoré vlastnosti skúmaných chaotických dynamických systémov sa dajú imitovať neurónovými sieťami.
- Na základe toho sa dajú generovať surogátne dáta s dobrými vlastnosťami.
- S využitím surogátnych dát sa dá testovať zlepšenie predikcie porovnávaných modelov.

Literatúra



Granger, C. W. (1969).

Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods.

Econometrica: Journal of the Econometric Society 37, 424--438.



Sugihara, G., May, R., Ye, H., Hsieh, C.-h., Deyle, E., Fogarty, M. and Munch, S. (2012).

Detecting causality in complex ecosystems.

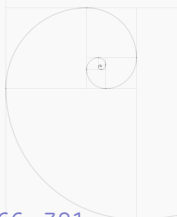
science 338, 496--500.

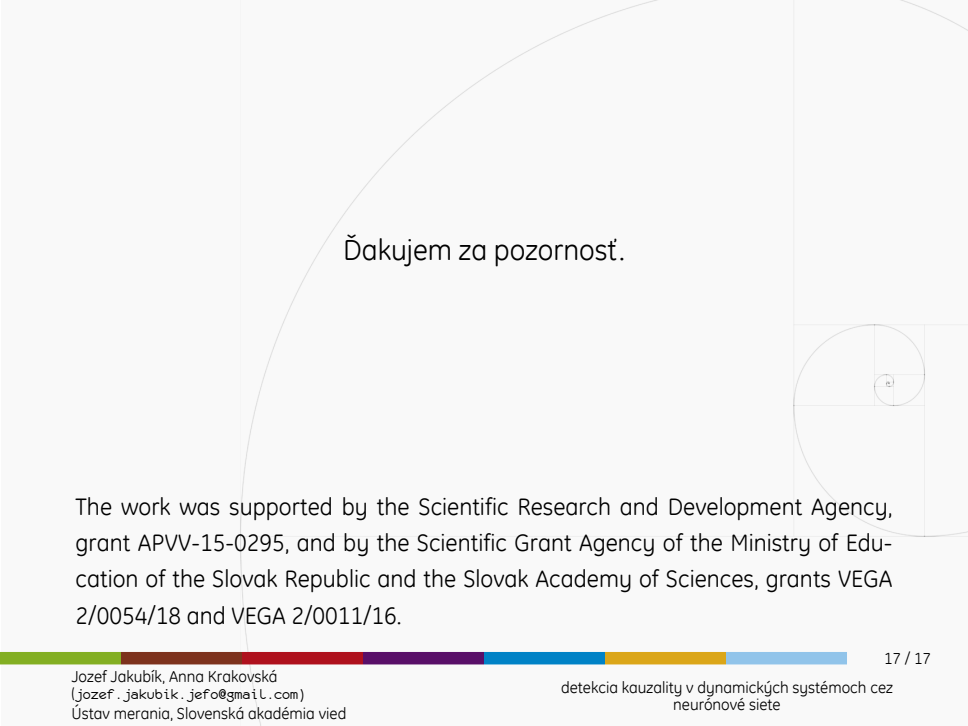


Takens, F. (1981).

Detecting strange attractors in turbulence.

In *Dynamical systems and turbulence*, Warwick 1980 pp. 366--381.
Springer.





Ďakujem za pozornosť.

The work was supported by the Scientific Research and Development Agency, grant APVV-15-0295, and by the Scientific Grant Agency of the Ministry of Education of the Slovak Republic and the Slovak Academy of Sciences, grants VEGA 2/0054/18 and VEGA 2/0011/16.