



PŘÍRODOVĚDECKÁ
FAKULTA

Analýza funkcionálních dat záznamů vyvolaných potenciálů ve sluchové dráze

Ondřej Pokora, Jan Koláček

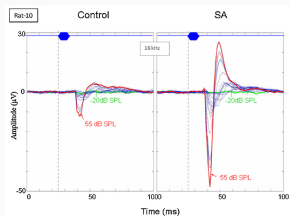
pokora@math.muni.cz, kolacek@math.muni.cz

Ústav matematiky a statistiky, Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita, Brno

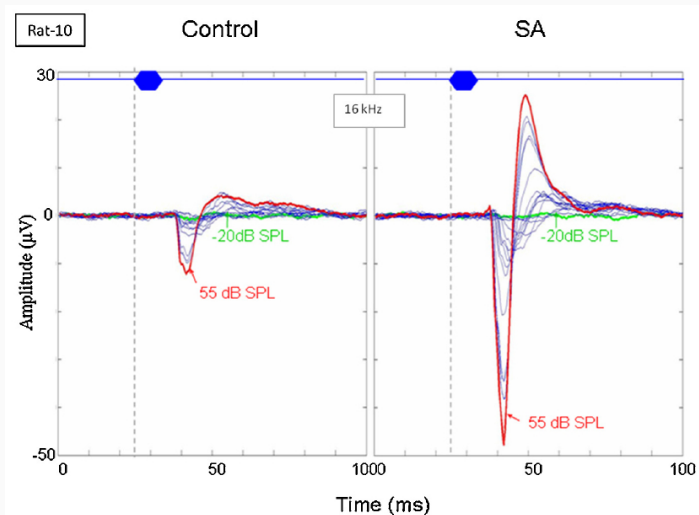
ROBUST, Rybník 21.–26. ledna 2018

Spoluautoři, motivace, data

- ▶ **Tzai-Wen Chiu** (Dept. of Biological Science and Technology, National Chiao Tung University, Hsinchu, Taiwan)
- ▶ **Paul W. F. Poon**
- ▶ Původní motivace: model tinnitu (šelestu v uších) u krys. Tinnitus uměle vyvolán aplikací salicylátu.
- ▶ Nahrávají se vyvolané potenciály (*Auditory Evoked Potentials*) v auditorním kortexu.

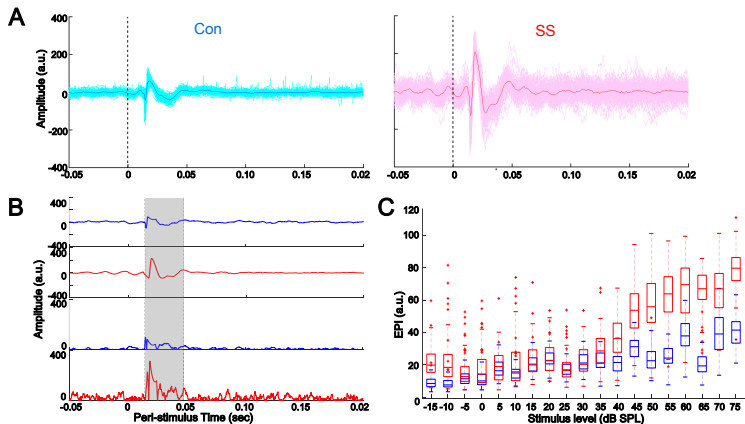


Data – typické AEP

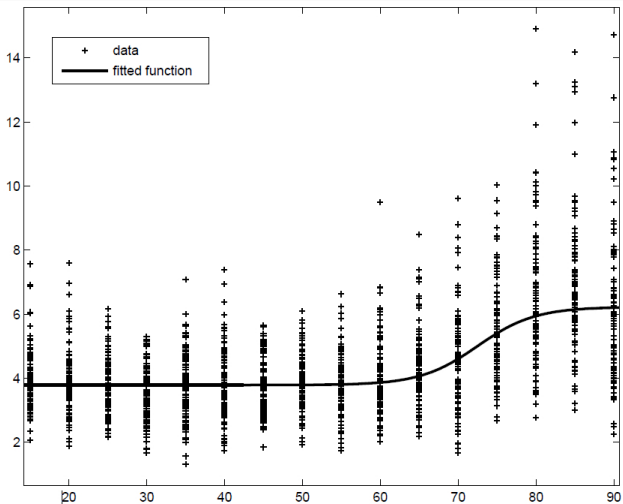


- ▶ Síla vyvolaných potenciálů je charakterizována ve smyslu integrálu AEP přes definované časové okno jako tzv. *Evoked Potential Integral*, y_{ik} , v jednotkách $\mu\text{V ms}$.
- ▶ Schéma experimentu: 6 dní kontrolní měření, následovně podávána dávka salicylátu a měření prováděna 8 dní. 79 průchodů každý den.
- ▶ zvuky: tóny 10, 16 kHz (10 ms) a širokospektrální signál (klik, klepnutí 0,01 ms)
- ▶ postupně se mění intenzita zvuku, t_k , od -15 do 75 dB SPL.

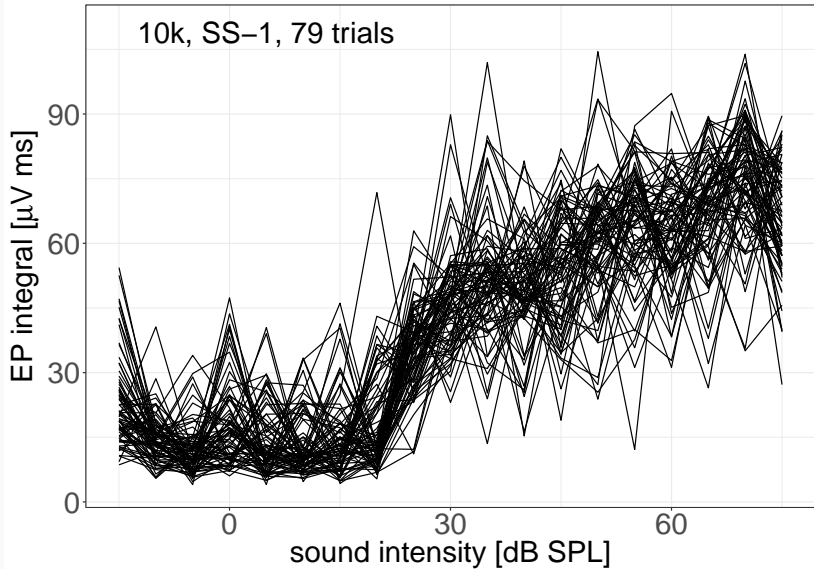
Data – typické AEP



Data – typické AEP



Data (detail)



Vyhlažovací splajny

Báze: B-splajny $B_j(t)$

Reprezentace EPI:

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^N c_{ij} B_j(t), \quad i = 1, \dots, n$$

Penalizovaná chyba:

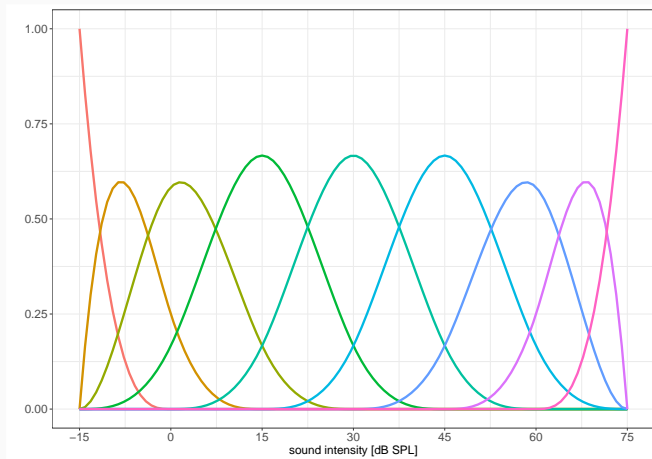
$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K [y_{ik} - x_i(t_k)]^2 + \lambda \int_{t_0}^{t_K} \left[\frac{d^2}{dt^2} x_i(t) \right]^2 dt \longrightarrow \min_{c_{ij}}$$

GCV:

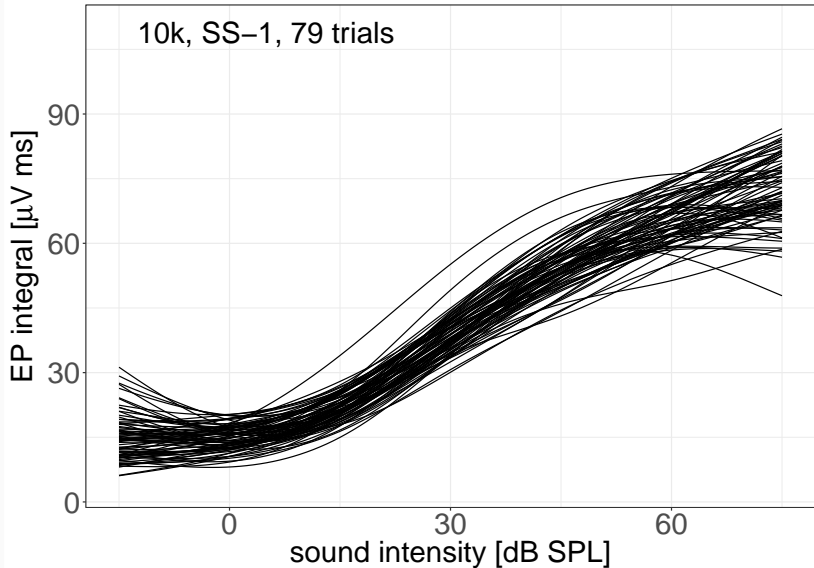
$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^K [y_{ik} - x_i(t_k, \lambda, -k)]^2 \longrightarrow \min_{\lambda}$$

Analogicky, reprezentace derivace EPI:

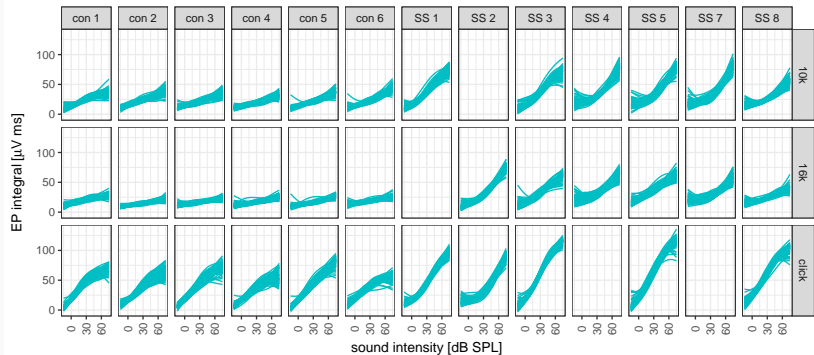
$$x'_i(t) = \sum_{j=1}^N c'_{ij} B_j(t), \quad i = 1, \dots, n.$$



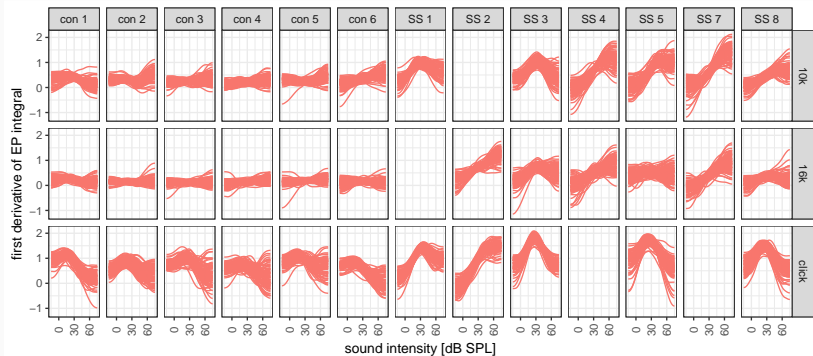
Vyhlazená data (detail)



Vyhlažená data – EPI



Vyhlazená data – derivace EPI



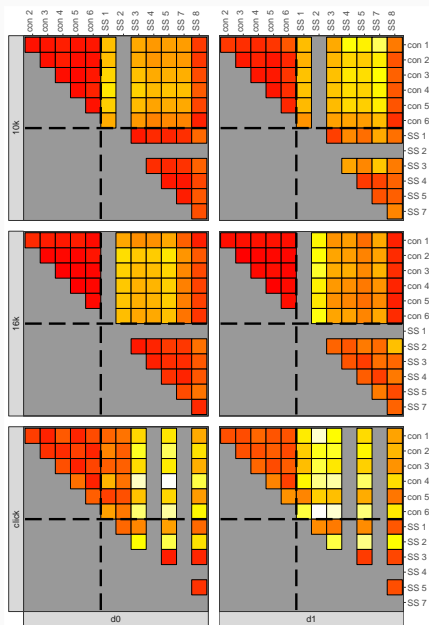
- ▶ Vzdálenost mezi dvěma splajny x_1, x_2 :

$$d_0(x_1, x_2) = \sqrt{\int_{t_0}^{t_K} [x_1(t) - x_2(t)]^2 dt}$$

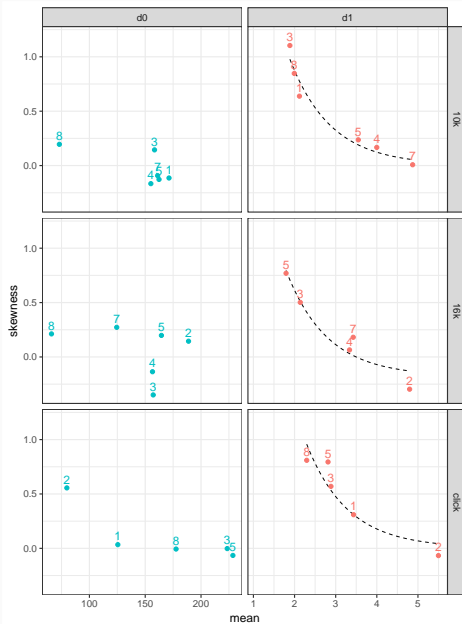
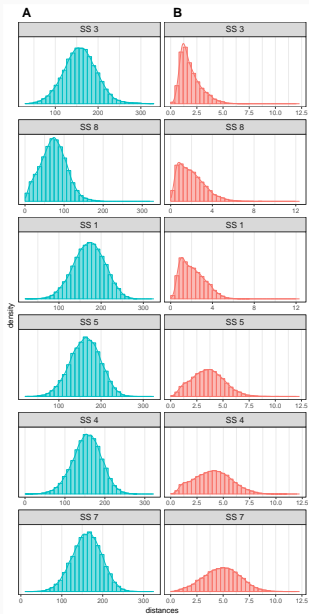
$$d_1(x_1, x_2) = \sqrt{\int_{t_0}^{t_K} [x_1'(t) - x_2'(t)]^2 dt}$$

- ▶ Medián $\{x_1, \dots, x_m\}$ je takový splajn, minimalizující součet $\sum_{j=1}^m d_*(x_k, x_j)$, $k = 1, \dots, m$, pro zvolenou vzdálenost $d_* = d_0, d_1$.

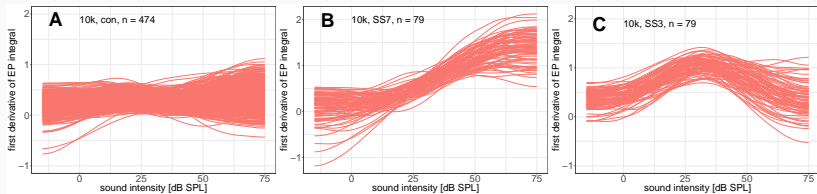
Vzdálenosti d_0 , d_1 mezi mediány (relativní škála)



Rozdělení vzdáleností d_0 , d_1 od kontrolních (> 20 dB SPL)



Vyhlazená data derivace EPI (detail)



Funkcionální PCA (fPCA)

$$x_i(t) = \bar{x}(t) + \sum_{j=1}^N s_{ij} \xi_j(t)$$

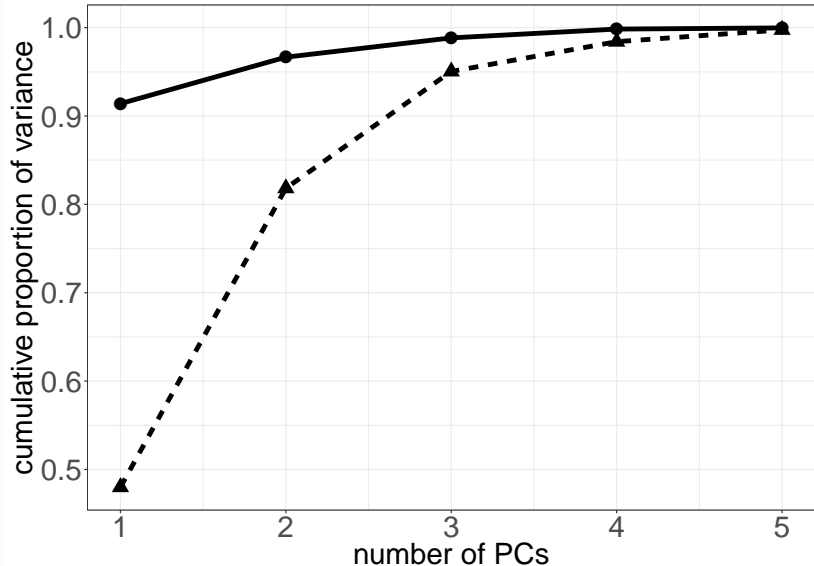
$$x'_i(t) = \bar{x}'(t) + \sum_{j=1}^N s'_{ij} \eta_j(t),$$

Střední funkce: $\bar{x}(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i(t)$, resp. $\bar{x}'(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x'_i(t)$

Hlavní komponenty: $\xi_j(t)$, resp. $\eta_j(t)$

Skóry: s_{ij} , resp. s'_{ij}

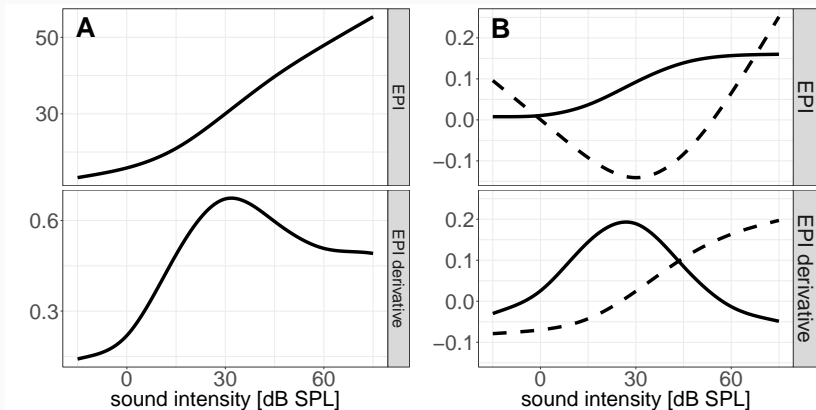
fPCA – podíl vysvětleného rozptylu



$$x_i(t) \approx \bar{x}(t) + s_{i1}\xi_1(t) + s_{i2}\xi_2(t)$$

$$x'_i(t) \approx \bar{x}'(t) + s'_{i1}\eta_1(t) + s'_{i2}\eta_2(t)$$

fPCA – střední křivky (A) a hlavní komponenty (B)



Jádrové odhady hustoty rozdělení pravděpodobnosti skóreů (S_1, S_2) , resp. (S'_1, S'_2) : $\hat{f}_{(S_1, S_2)}(u_1, u_2)$, resp. $\hat{f}_{(S'_1, S'_2)}(u_1, u_2)$

$$(s_1, s_2) = \arg \max_{(u_1, u_2)} \hat{f}_{(S_1, S_2)}(u_1, u_2)$$

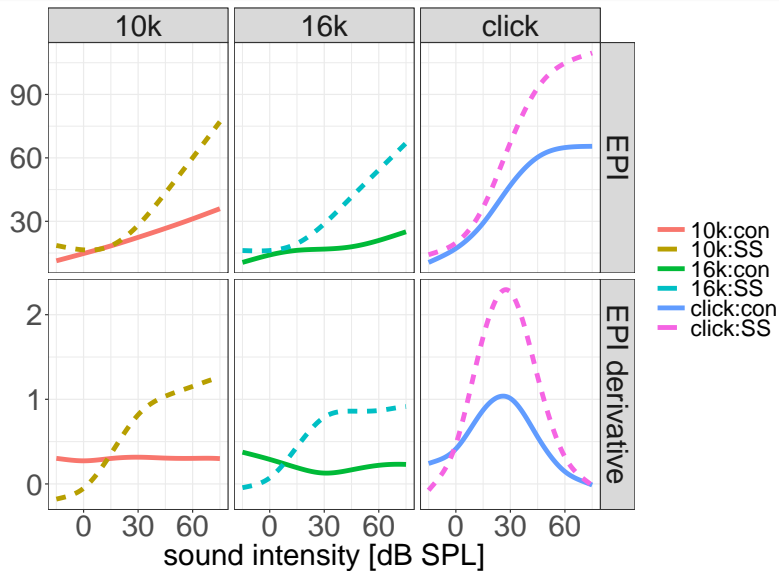
$$(s'_1, s'_2) = \arg \max_{(u_1, u_2)} \hat{f}_{(S'_1, S'_2)}(u_1, u_2)$$

Reprezentanti:

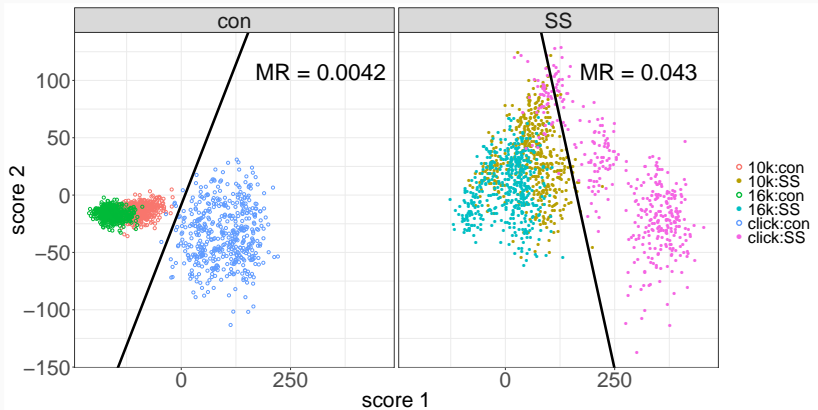
$$x_{ML}(t) = \bar{x}(t) + s_1 \xi_1(t) + s_2 \xi_2(t)$$

$$x'_{ML}(t) = \bar{x}'(t) + s'_1 \eta_1(t) + s'_2 \eta_2(t)$$

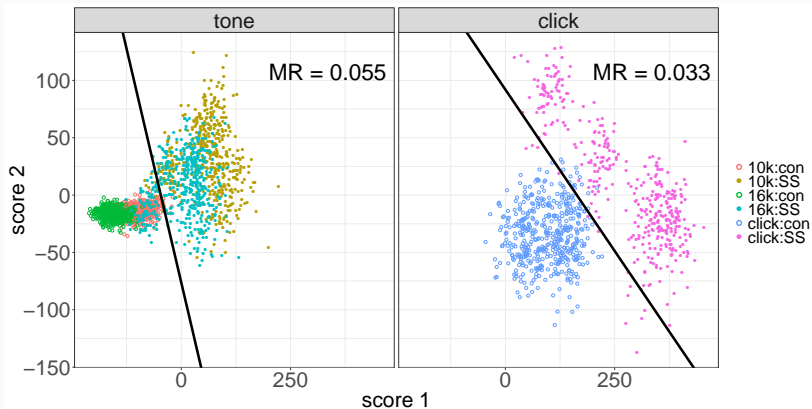
fPCA – reprezentanti



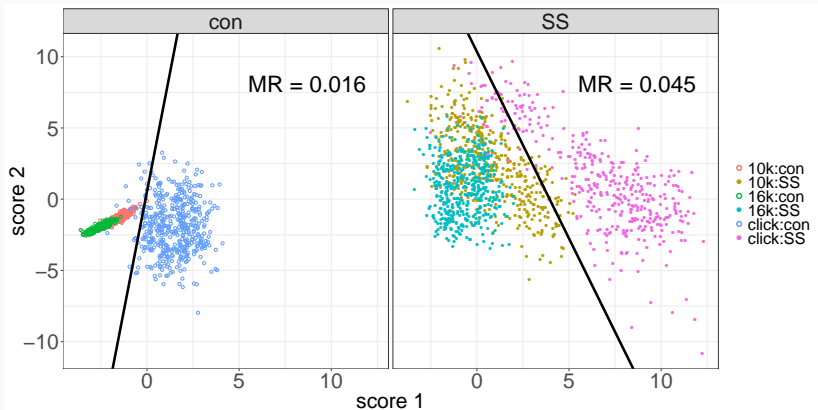
Skóre EPI – con vs. SS



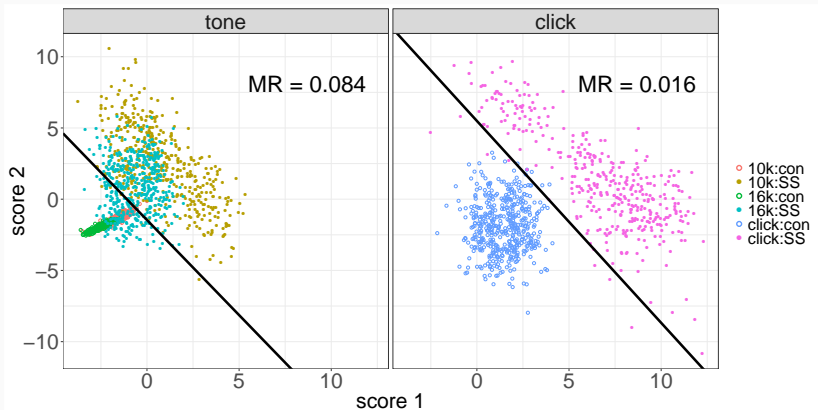
Skóre EPI – tón vs. klik

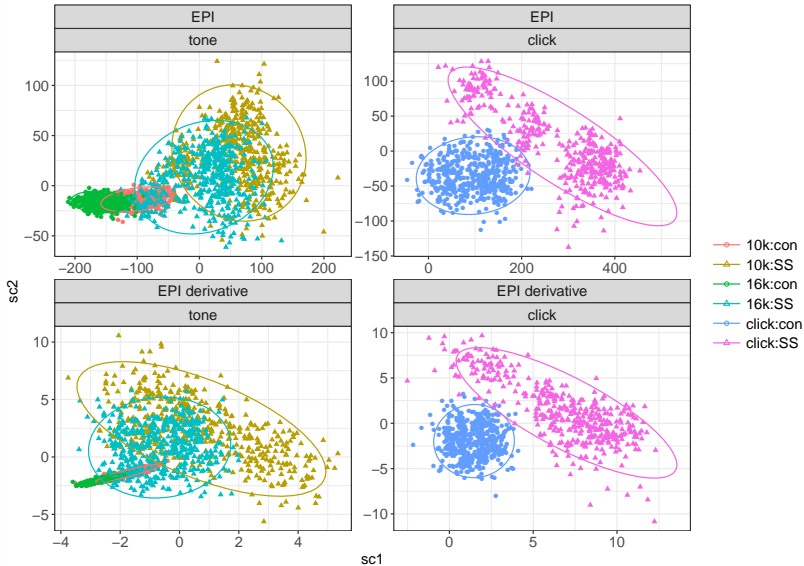


Skóre derivace EPI – con vs. SS

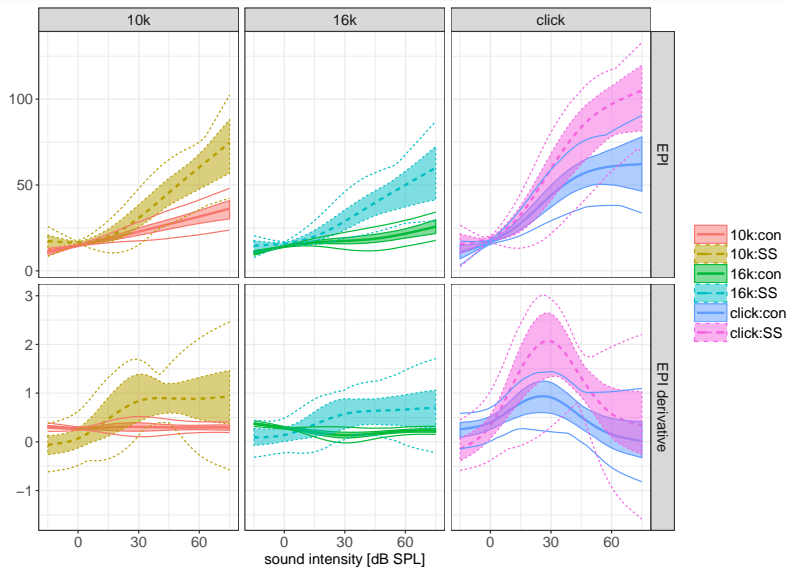


Skóre derivace EPI – tón vs. klik





Oblasti dle hloubky



- ▶ Pokora O., Koláček J., Chiu T.-W., Qiu W. (2017) Functional data analysis of single-trial auditory evoked potentials recorded in the awake rat. *Biosystems* **161**, 67–75.
- ▶ Wan I., Pokora O., Chiu T.-W., Lánský P., Poon P. W. (2015) Altered intensity coding in the salicylate-overdose animal model of tinnitus. *BioSystems* **136**, 113–119.
- ▶ Ferraty, F. and Vieu, P. (2006) *Nonparametric functional data analysis: theory and practice*. Springer.
- ▶ Norena, A. J. (2011) An integrative model of tinnitus based on a central gain controlling neural sensitivity. *Neurosci Biobehav Rev.* **35**: 1089–1109.
- ▶ Wang, J.-L., Chiou, J.-M. and Müller, H. G. (2016) Functional Data Analysis. *Annual Review of Statistics and Its Application* **3** (1): 257–295.