

Písemná zkouška z Matematiky I pro FSV

ZS 2014/15, 10.2.2015, verze D

1. (15 bodů) Spočtete limitu (nebo ukažte, že neexistuje) a řádně odůvodněte jednotlivé kroky výpočtu ($[z]$ značí celou část z):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{2^{n+2} - \sqrt{n+2}}{2^n + \sqrt{n}} \right] \cdot \frac{1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} n}{\cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{n} \right)}.$$

2. (15 bodů) Spočtete limitu a řádně odůvodněte jednotlivé kroky výpočtu:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x} + \frac{1}{\ln x} \right)^{\ln \sqrt{x^4+1}}.$$

3. (10 bodů) Vyšetřete spojitost a derivaci funkce (včetně jednostranných derivací)

$$g(x) = \begin{cases} \left| \operatorname{arctg} \frac{x+1}{x-2} \right| & \text{pro } x \neq 2, \\ 0 & \text{pro } x = 2. \end{cases}$$

4. (20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \ln \left(\frac{x^2 - 6}{x^2 - 1} \right).$$