Domácí úkol č. 2 k přednášce NMAG 101: Lineární algebra a geometrie 1, zimní semestr 2013–2014

Datum odevzdání 23.10.2013 16:00

(2.1) Najděte všechny aritmetické vektory $(a,b)^T$ nad $\mathbb{R}$ takové, že řešení soustavy rovnic

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & a \\ 2 & 4 & b \end{array}\right)$$

je násobkem vektoru $(a,b)^T$.

(2.2) Najděte všechna řešení soustavy rovnic v závislosti na parametrech $a,b \in \mathbb{C}$.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -i & a & -4-2i & 0 \\ 1 & 2i & b & 0 \\ i & -2 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

Poznámka: Slovo „parametr“ zde využíváme v jiném významu než „volná proměnná“.

Zadáním myslíme to, že pro každou volbu komplexních čísel a,b máte najít všechna řešení dané soustavy třech rovnic o třech neznámých. Je možné, že existence, počet řešení, atd. závisí na a,b, proveďte diskuzi (tzn. dejte pozor, abyste soustavu skutečně vyřešili pro všechny volby a,b).

Bonusový problém: Uvažujme soustavu n rovnic o n neznámých.

- Kolik operací sčítání/odčítání a kolik operací násobení/dělení je potřeba k převedení soustavy do odstupňovaného tvaru?

  Prohození rovnic za operaci nepovažujeme. Jde nám o počet operací v nejhorším případě.

- Předpokládejme navíc, že je soustava v odstupňovaném tvaru a nemá volné proměnné. Kolik aritmetických operací (opět zvlášť sčítání/odčítání a násobení/dělení) je potřeba k dopočítání řešení zpětnou substitucí? (Opět nás zajímá nejhorší případ.)