

Domácí úkol č. 3 k přednášce NMAG111: Lineární algebra 1 zimní semestr 2021/2022

Datum odevzdání středa 27. října 2020, 12.20

(3.1) Těleso \mathbf{T} , kde $T = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$, je definováno tabulkami operací.

+	α	β	γ	δ
α	γ	δ	α	β
β	δ	γ	β	α
γ	α	β	γ	δ
δ	β	α	δ	γ

\cdot	α	β	γ	δ
α	δ	α	γ	β
β	α	β	γ	δ
γ	γ	γ	γ	γ
δ	β	δ	γ	α

Vyřešte nad tímto tělesem následující soustavu rovnic a určete počet řešení.

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} \alpha & \beta & \beta & \delta & \beta & \alpha \\ \delta & \delta & \beta & \gamma & \delta & \beta \\ \alpha & \gamma & \delta & \beta & \delta & \alpha \end{array} \right)$$

Poznámka: To, že \mathbf{T} je opravdu těleso, ověřovat nemusíte. Je dobré začít nalezením neutrálních prvků vzhledem ke sčítání a násobení. Doporučujeme si je označit 0 a 1 (kvůli přehlednosti výpočtů).

(3.2) Řekneme, že matice X, A spolu komutují, pokud splňují rovnost $XA = AX$. Najděte všechny matice X typu 2×2 nad tělesem \mathbb{Z}_5 , které komutují s maticí

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Bonusový problém: Zkonstruujte nějaké osmiprvkové těleso.

Bonusový problém: Vyřešte úlohu (3.2) pro obecnou matici A typu 2×2 nad reálnými čísly.