

Domácí úkol č. 4 k přednášce NMAG 101: Lineární algebra a geometrie 1, zimní semestr 2013–2014

Datum odevzdání 6.11.2013 16:00

(4.1) Na stropě jsou pod sebou zavěšeny dvě pružiny p_1, p_2 . Horní konec p_1 je pevně ukotven v bodě a_1 , dolní konec p_1 (= horní konec p_2) označme a_2 , dolní konec p_2 označme a_3 . Body a_2, a_3 nejsou ukotveny. V soustavě je ještě jedna pružina p_3 spojující body a_1, a_3 . Do bodů a_2, a_3 zavěšíme závaží, které působí (směrem dolů) silami f_1, f_2 .

- Sestavte soustavu lineárních rovnic popisující změnu polohy bodů a_2, a_3 v závislosti na f_1, f_2 a tuhosti c_1, c_2, c_3 pružin p_1, p_2, p_3 .
- Vyřešte soustavu pro volbu jednotkových sil a jednotkových tuhostí.

(4.2) Označme p (resp. q) přímkou, která vznikne otočením první souřadnicové osy v \mathbb{R}^2 o úhel α (resp. β) podle počátku, proti směru hodinových ručiček. Označme g (resp. h) osovou symetrii podle p (resp. q). (Jsou to zobrazení z \mathbb{R}^2 do \mathbb{R}^2 .)

- Napište g ve tvaru $g = r_1 k r_2$, kde r_1, r_2 jsou rotace a k je osová symetrie podle druhé souřadnicové osy.
- Najděte matice A, B, C takové, že $f_A = r_1, f_B = k$ a $f_C = r_2$. Pomocí těchto matic najděte matici D takovou, že $f_D = g$.
- Najděte matici E takovou, že $f_E = gh$. Porovnejte s výsledkem domácího úkolu 1.1.

Bonusový problém: Přímkou p, q jsou dány jako v příkladu 4.2.

- Najděte matici A takovou, že f_A je projekce na přímkou p ve směru přímkou q .
- Geometricky interpretujte zobrazení g dané vztahem $g(\mathbf{x}) = 2f_A(\mathbf{x}) - \mathbf{x}$.