

Domácí úkol č. 8 k přednášce NMAG111: Lineární algebra 1

zimní semestr 2021/2022

Datum odevzdání středa 8. prosince 12.20

(8.1) V prostoru reálných funkcí (nad tělesem reálných čísel, s běžnými operacemi) uvažujme podprostor \mathbf{V} určený množinou

$$V = \text{LO} \{1, x, x^2, x^3\}$$

a jeho podprostor \mathbf{W} určený množinou

$$W = \{f \in V : f(-2) = 0\} .$$

Najděte nějakou bázi prostoru \mathbf{W} .

Poznámka: To, že \mathbf{W} je skutečně podprostor prostoru \mathbf{V} (a že \mathbf{V} je podprostor prostoru reálných funkcí) nemusíte ověřovat, ale rozmyslete si to.

Nápověda: Napište si, jak vypadá obecný prvek prostoru W a vyřešením vhodné soustavy odhadněte bázi. Důkaz, že nalezená posloupnost **funkcí** (nikoliv aritmetických vektorů) tvoří bázi prostoru \mathbf{W} můžete provést z definice báze.

(8.2) Ve vektorovém prostoru $\mathbf{V} \leq \mathbb{Z}_5^{2 \times 2}$ máme báze B a C . Určete bázi C , víte-li, že A je matice přechodu od báze B k bázi C a platí

$$B = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3) = \left(\left(\begin{array}{cc} 2 & 4 \\ 0 & 2 \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{array} \right) \right), \quad V = \text{LO} \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\},$$

$$A = \left(\begin{array}{ccc} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{array} \right) .$$

Nápověda: Napište si, co podle definice v dané situaci znamená, že A je matice přechodu od B k C . To vám dá soustavy rovnic pro prvky matic v posloupnosti C .