

Pozorně si přečtete zadání. Můžete používat jakékoliv zdroje, kromě pomoci ostatních studentů. U příkladů NEpište postup, stačí výsledek. Ten pište přímo do zadání.

Maximum je 18 bodů. K výsledku se přičte polovina z bodů za domácí úkoly (6-8, tj. max. 6 bodů). Celkově je třeba alespoň 14 bodů.

1. (3b) Najděte nejmenší přirozené číslo x , které (současně) splňuje

$$x \equiv 0 \pmod{2}$$

$$x \equiv 1 \pmod{3}$$

$$x \equiv 1 \pmod{5}$$

$$x \equiv 5 \pmod{7}$$

2. (3b) Spočítejte poslední cifru čísla $2^{3^{2^3}}$ v desítkovém zápisu.
3. (2b) Spočítejte počet prvků řádu 3 v grupě \mathbb{Z}_{12} .
4. (2b) Spočítejte počet prvků řádu 3 v grupě \mathbb{Z}_7^* .
5. (1b) Rozhodněte, zda svaz M_3 (diamant) je
 - (a) modulární
 - (b) distributivní
6. (1b) Rozhodněte, zda svaz N_5 (pentagon) je
 - (a) modulární
 - (b) distributivní
7. (2b) Spočítejte počet podsvazů (tj. podalgeber) svazu M_3 (prázdná množina je podalgebrou). Pokud se výsledek bude lišit od správného nejvýše o 2, máte 1b.
8. (2b) Spočítejte počet kongruencí svazu M_3 (včetně triviálních).
9. (2b) Nakreslete Hasseův diagram svazu $(X, |)$, kde $X = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ a $|$ je relace dělitelnosti.