

Domácí úkoly na lineární algebru 08/09 zima

Příklad 1. Určete všechna řešení následující soustavy rovnic nad \mathbb{Z}_7 :

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 1 & 2 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 5 & 0 & 2 & 4 \end{array} \right)$$

Použijte postup vysvětlený na cvičení.

Příklad 2. Zjistěte pro která $a \in \mathbb{R}$ je množina vektorů

$$\{(a, -4, -1), (4, -6, -3), (1, 1, -a)\} \subseteq \mathbb{R}^3$$

lineárně nezávislá.

Příklad 3. Určete průnik (tj. najděte nějakou bázi průniku) podprostorů $U, V \leq \mathbb{Z}_3^4$, kde

$$U = \langle (1, 2, 1, 2), (2, 2, 0, 1), (0, 1, 1, 2) \rangle, \quad V = \langle (2, 0, 1, 1), (2, 1, 1, 2), (0, 1, 0, 2) \rangle.$$

Příklad 4. Spočítejte (tj. najděte explicitní vyjádření)

$$\left(\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right)^n.$$

(Matice je nad reálnými čísly.)

Příklad 5. Permutace $\pi \in S_{10}$ je zadána tabulkou:

$$\pi : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 3 & 10 & 5 & 2 & 6 & 8 & 9 & 1 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

Spočtete π^{2008} .

Příklad 6. V závislosti na $a, b \in \mathbb{Z}_7$ spočtete determinant následující matice A nad tělesem \mathbb{Z}_7 .

$$A = \begin{pmatrix} a & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & b & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

Příklad 7. Určete matici homomorfismu $f : U \rightarrow V$ vzhledem k bázím B a C , kde

$$U = \langle (1, 2, 3), (0, 2, 1) \rangle \leq \mathbb{Z}_5^3, \quad B = \{(2, 4, 1), (1, 4, 1)\}$$

$$V = \mathbb{Z}_5^2, \quad C = \{(1, 2), (3, 3)\}$$

$$f(x, y, z) = (2x + y + 4z, 2y + 3z)$$

(To, že B je skutečně bází U ověřovat nemusíte.)