

LINEÁRNÍ ALGEBRA II

• Definice a příklady definovaného pojmu (2 body)

- Definujte pojem *stopa matice*.
- Definujte pojem *spektrum matice*.
- Definujte pojem *vlastní číslo a vlastní vektor matice*.
- Definujte pojem *ortogonální matice*.
- Definujte pojem *matice lineární formy*.
- Definujte pojem *diagonalizovatelná matice*.
- Definujte pojem *signatura kvadratické formy*.
- Definujte pojmy *ortogonální zobrazení a izometrie*.

• Definice a příklady definovaného pojmu (3 body)

- Definujte pojem *determinant*.
- Definujte pojem *charakteristický polynom matice*.
- Definujte pojem *minimální polynom matice*.
- Definujte pojem *lineární forma*.
- Definujte pojem *algebraický doplněk*.
- Definujte pojem *bilineární forma*.
- Definujte pojem *kvadratická forma*.
- Definujte pojem *matice bilineární formy*.
- Definujte pojem *matice kvadratické formy*.
- Definujte pojem *skalární součin*.
- Definujte pojem *Jordanova matice*.

• Znění věty (2 body)

- Napište přesné znění věty o násobení determinantů.
- Přesně zformulujte Cramerovo pravidlo.
- Přesně zformulujte větu o determinantu blokové matice.
- Napište rozvoj determinantu matice $A = (a_{ij})$ řádu 7 podle 3. sloupce.
- Napište přesné znění věty o vyjádření inverzní matice pomocí determinantů.
- Přesně a kultivovaně zformulujte Cayleyovu-Hamiltonovu větu.
- Přesně zformulujte větu o existenci Jordanova kanonického tvaru matice.
- Přesně zformulujte větu o diagonalizovatelnosti matice.
- Přesně a kultivovaně formulujte Sylvesterův zákon o setrvačnosti.

• **Jednoduchý důkaz dané věty (3 body)**

- Zformulujte a dokažte větu o ortogonální projekci a Fourierových koeficientech.
- Přesně a kultivovaně zformulujte Cauchyovu-Schwarzovu nerovnost a dokažte ji.
- Přesně a kultivovaně zformulujte trojúhelníkovou nerovnost a dokažte ji.
- Zformulujte a dokažte větu o rozvoji determinantu podle i -tého řádku.
- Přesně a kultivovaně zformulujte a dokažte větu o existenci ortonormální báze.
- Přesně a kultivovaně zformulujte a dokažte větu o vztahu dimenzí navzájem duálních prostorů.
- Zformulujte a dokažte větu o existenci nenulového anulujícího polynomu čtvercové matice.
- Zformulujte a dokažte Pythagorovu větu a Kosinovou větu.

• **Obtížnější důkaz dané věty (5 bodů)**

- Přesně zformulujte a dokažte Cramerovo pravidlo.
- Přesně a kultivovaně zformulujte větu o vztahu bilineární formy a její matice.
- Zformulujte a dokažte větu o existenci normální báze symetrické formy.
- Zformulujte a dokažte Sylvesterův zákon o setrvačnosti.
- Zformulujte Gramův-Schmidtův ortogonalizační proces. Dokažte, že lineárně nezávislou množinu vektorů přetvoří na lineárně nezávislou ortogonální množinu vektorů.
- Zformulujte a dokažte větu o vlastních číslech reálné symetrické matice.
- Přesně a kultivovaně zformulujte větu o vlastnostech ortogonálního zobrazení.