Vážení a milí,

srdečně vás všechny zdravím na počátku desátého týdne semestru. V učebnici se začneme věnovat třetí kapitole *Matice*, konkrétně 11. paragrafu. Pro tento týden máme na programu odstavce **11.1 až 11.10**. Základním, výchozím pojmem je *matice homomorfismu*. Zdůrazňuji, že se budeme výhradně věnovat homomorfismům na **konečnědimenzionálních** prostorech.

Výchozí situace. Mějme homomorfismus f: $V \to W$, nechť M je báze prostoru V a N báze prostoru W. Báze chápeme **uspořádané**, tj. jejich vektory máme indexovány přirozenými čísly.

Vytvořit matici homomorfismu f je jednoduché, Je třeba si pamatovat tento recept:

1. Vektory báze M **zobrazíme** homomorfismem f do prostoru W.
2. Získané obrazy **vyjádříme souřadnicemi** vzhledem k bázi N.
3. Souřadnice **napíšeme do sloupců** matice.

Vytvořit matici homomorfismu je snazší než uvařit kafe, čaj nebo cokoli jiného, neboť příslušný recept je delší a složitější. [Vaření na koleji obvykle ztroskotalo na prvním pokynu: vezmi čistý hrnec.] Viz definice 11.1 a úvodní odstavce 11. paragrafu. **Věta 11.2** ukazuje základní myšlenku tzv. *maticové reprezentace homomorfismů*: jestliže jsou pevně zvoleny báze M, N prostorů V, W, pak je každému homomorfismu f: $V \to W$ jednoznačně přiřazena jeho matice vzhledem k těmto dvěma bázím a naopak, každé matici A je jednoznačně přiřazen homomorfismus f: $V \to W$. Situaci názorně znázorníme tímto schématem:

$$\begin{array}{ccc} W & \xleftarrow{\quad f \quad} & V \\ n & & m \\ N & A & M \\ & n \times m & \end{array}$$

$$<f(x)>_N^{\mathrm{T}} = A \cdot <x>_M^{\mathrm{T}}$$

Pod prostory V, W jsou uvedeny jejich dimenze m, n a báze M, N, pod maticí A je její typ $n \times m$. Vzoreček (kterému říkám *kouzelný*) vyjadřuje vzájemně jednoznačný vztah homomorfismu f a matice A. [Známe-li homomorfismus f, známe matici A, známe-li matici A, známe homomorfismus f.]

Slovní vyjádření vzorečku: Sloupec souřadnic vektoru $f(x)$ vzhledem k bázi N získáme tak, že sloupeček souřadnic vektoru x vzhledem k bázi M vynásobíme maticí A. [Symbol T ve vzorci značí transponování, tj. např. z vektoru $<x>_M$ vznikne sloupeček $<x>_M^{\mathrm{T}}$.]

Vřele doporučuji pečlivě projít příklady 11.3. Měly by vám objasnit pojem matice homomorfismu a v konkrétních případech ukázat postup jejího nalezení.

Věta 11.2 je **ekvivalence.** Využije se úspěšně v důkazu věty 11.4 – a to **třikrát!** Schéma uvedené za větou 11.4 ukazuje, proč homomorfismus reprezentujeme šipkou **zprava doleva**. Skládání homomorfismů totiž odpovídá násobení jejich matic **ve stejném pořadí**. Důsledek 11.5 ukazuje, že izomorfismům odpovídají invertibilní matice a naopak.

Definice 11.6 zavádí *matici přechodu*, která je užitečná pro *transformaci souřadnic* – viz 11.7. Vzorec pro transformaci souřadnic vznikne nepatrnou modifikací výše uvedeného kouzelného vzorečku (místo *f* je identický automorfismus). Dobře si rozmyslete důsledky 11.8 a příklady 11.9 a 11.10.

* * * *

Pro tento týden uvádím knížku

Jan Truneček: *Blažená alma mater uprostřed týdne.*

Před časem jsem vám poslal odkaz na rock & roll s Billem Haley. Někteří z jeho skupiny si po padesáti letech ještě zahráli ve stejném stylu (50 Jahre Rock - Bill Haley's Original Comets See You Later Aligator, …):

https://www.youtube.com/watch?v=-90mJwP43GE

https://www.youtube.com/watch?v=6Smgm32bBs0

https://www.youtube.com/watch?v=TO3CSb2fwxI

A přikládám slavný „dloubák“ Antonína Panenky z mistrovství Evropy 1976:

https://www.youtube.com/watch?v=_4_7PKgxRs4

Mějte se pěkně, udržujte si dobrou náladu a vytrvejte i přes nepříznivou situaci.

Srdečně zdraví J. B. 30. 11. 2020