Vážení a milí,

již nám začal třetí týden semestru. V prvních dvou týdnech jsme měli zvládnout tři témata: *Tělesa*, pomocné téma *Okruhy* a *Matice*. V dalších pěti týdnech nás čeká výchozí téma lineární algebry – *Vektorové prostory*. Zdůrazňuji, že pro studium této partie je třeba znát základní fakta o tělesech a maticích (tj. dobře ovládat zejména definice a příklady). Měli bychom zvládnout z druhé kapitoly učebnice skoro celé paragrafy 7 až 9, některé odstavce či jejich části lze vynechat – 7.5, 7.23, 7.24, 8.7, 8.8, 8.11(ii), 8.16 (druhá část důkazu), 8.17, 8.26, 9.6 až 9.12. Na pět týdnů je tedy ke studiu necelých 30 stran textu.

* * *

Třetí týden semestru je věnován definicím *vektorového prostoru* a jeho *podprostoru*, příkladům těchto pojmů, pomocné větě (tzv. *lemma*) o průniku podprostorů vektorového prostoru a definici *lineárního obalu* podmnožiny vektorového prostoru (celkem 6½ strany).

V lineární algebře budeme pracovat **výhradně s komutativním tělesem** (tzv. *pole*), nebudeme to již zdůrazňovat a budeme hovořit stručně o tělese.

Uvědomte si, že první čtyři axiomy vektorového prostoru (které popisují **sčítání** vektorů) již známe z definice tělesa, známe je však již ze základní a střední školy – popisují vlastnosti operace sčítání (zahrnující i odčítání) celých/racionálních/reálných/komplexních čísel (ale např. i vektorů ve fyzice). Další tři axiomy vektorového prostoru popisují vazby operace **násobení skalárem**

- se sčítáním vektorů (axiom (v),
- se sčítáním skalárů (axiom (vi),
- s násobením skalárů (axiom (vii).

Poslední axiom říká, že *jednotkový prvek* tělesa T násobí vektory vektorového prostoru V „způsobně“, tj. nemění je – axiom (viii). Chová se tedy i vůči vektorům prostoru V jako jednotkový prvek.

Věty 7.3 a 7.4 ukazují, „jak se ve vektorovém prostoru počítá“. Uvědomte si, že vše je třeba dokazovat z axiomů. O vektorovém prostoru totiž dosud nevíme nic jiného, než co je uvedeno v axiomech. Je poučné si podrobně provést důkazy drobných tvrzení (i) až (vii), není třeba se je však učit nazpaměť tak, aby je člověk sypal z rukávu.

Dobře si promyslete příklady vektorových prostorů (7.8). Při dalším studiu byste měli mít na mysli (pro dobré porozumění teorii) následující konkrétní příklady:

- prostor všech n-tic tvořených z tělesa T (značíme T^n), kde n je přirozené číslo, sčítáme je a násobíme skalárem „po složkách“,
- prostor všech matic typu $m\times n$ nad tělesem T (značíme $T^{m\times n}$), kde m, n jsou přirozená čísla, která nemusí být různá (předchozí příklad spadá pod tento, položíme $m = 1$), sčítáme je a násobíme skalárem „po složkách“,
- prostor všech vektorů v rovině (nebo v prostoru), které vycházejí z pevně zvoleného bodu (*počátek*), sčítáme je a násobíme skalárem jako „ve fyzice“,

– prostor všech reálných funkcí na intervalu (a,b), přičemž sčítáme funkční hodnoty funkcí v každém bodě intervalu (a,b), násobíme je reálným číslem v každém bodě intervalu (a,b); pěkným speciálním příkladem je prostor všech polynomů na intervalu (a,b) – interval (a,b) může být omezený i neomezený.

Ve všech těchto prostorech nalézejte netriviální podprostory (viz 7.6, 7.7, 7.8).

Povšimněte si, že v důkazu lemmatu 7.9 je zcela lhostejné, zda uvažujete průnik dvou, tří, čtyř, či nekonečně mnoha podprostorů. Uvědomte si, že bez lemmatu 7.9 by nemělo rozumný smysl definovat v 7.10 pojem *lineárního obalu*. Lemma 7.9 totiž zaručuje, že lineární obal libovolně zvolené podmnožiny vektorového prostoru je jeho podprostorem.

*   *   *

Různé epidemie, kalamity a katastrofy se ve světě vždy děly. V minulých dnech jsem se díval na pořad o Titaniku a o zkoumání jeho vraku. Snad vás to také zaujme (v pauzách mezi studiem):

https://www.youtube.com/watch?v=bK5JE7SUDbA

A trocha poezie nikoho nezabije, jak zpíval před léty Jiří Suchý. Kdo má zájem, nechť se podívá na následující knihy:

B. Mathesius: *Zpěvy staré Číny*,
F. Stočes: *Perlový závěs*,
F. Stočes: *Nebešťan na zemi vyhnaný. Život a dílo Li Poa (701–762).*

A přikládám jednu moudrost Jana Amose Komenského s parafrází:
Má-li se člověk stát člověkem, musí se vzdělat.
J. B.: *Má-li se člověk stát učitelem matematiky, musí se vzdělat v lineární algebře.*

*   *   *

Srdečně vás zdravím a přeji vám bezproblémové potýkání se s opatřeními, která na nás všechny dopadla. Buďte hlavně zdrávi!

Jindřich Bečvář

V Praze dne 12. října 2020