

Vážení a milí,

zdravím vás opět, a to na počátku již devátého týdne semestru. Čas opět pokročil. V tomto týdnu pouze dokončíme téma *Homomorfismy* (asi 5 stran) a dáme si menší odpočinek.

**Důsledek 10.19** vynecháváme. Projděte si **Větu 10.20** a **Poznámku 10.21**.

**Věta 10.22** ukazuje, že je-li pevně dáno těleso  $T$ , potom jsou veškeré vektorové prostory nad tělesem  $T$  charakterizovány pouze a jedinečně dimenzí. Tedy: ke každé dimenzi existuje **právě jediný** vektorový prostor (jeho izomorfní obrazy jsou od něj algebraicky neodlišitelné). Všechny prostory konečné dimenze nad tělesem  $T$  jsou (až na izomorfní obrazy) pouze tyto:  $0, T, T^2, T^3, T^4$  atd., tj. prostory  $n$ -tic prvků tělesa  $T$  (dimenze 0, 1, 2, 3, 4 atd.). Tento fakt platí i pro nekonečné dimenze, což však dokazovat nebudeme.

**Věta 10.23** charakterizuje prostory konečné dimenze dvěma ekvivalentními podmínkami (pomocí endomorfismů). Připomeňme, že prostor konečné dimenze **nemá žádné** vlastní podprostory stejné dimenze, zatímco prostor nekonečné dimenze **má vždy** podprostory stejné dimenze.

**10.24 až 10.26** vynecháme.

**Věta 10.27** ukazuje, že všechny homomorfismy daného prostoru  $U$  do daného prostoru  $V$  tvoří vektorový prostor, který značíme  $\text{Hom}(U, V)$ . Je třeba si uvědomit a hlavně dokázat, že součet dvou homomorfismů prostoru  $U$  do prostoru  $V$  je opět homomorfismus, a že násobek homomorfismu je opět homomorfismus. Je-li  $U = V$ , dostaneme dokonce lineární algebru  $\text{End } V$ , přibude operace skládání endomorfismů. Pozor: součet dvou **automorfismů** prostoru  $V$  nemusí být automorfismus, rovněž násobek automorfismu nemusí být automorfismus. Chceme-li hovořit o *rozumné operaci*, můžeme automorfismy pouze skládat. Odtud vyplývá tvrzení **Věty 10.29**.

**Definice 10.30** zavádí pojem *homomorfismu lineárních algeber*. Je to zobrazení, které se „slušně chová“ ke všem operacím lineárních algeber, tj. ke sčítání vektorů, násobení vektoru skalárem a k násobení vektorů. Následující příklad **10.31(ii)** je klasický. Ukazuje izomorfní reprezentaci kvaternionů jistými čtvercovými komplexními maticemi druhého řádu.

\* \* \* \*

Knihou tohoto týdne je klasické dílo, které četla řada generací – děj probíhá ve školním roce 1881/82:

Edmondo de Amicis (1846–1908): *Srdce* (z roku 1886)

Něco humoru (také o deskriptivě a o studiu vůbec) – Miroslav Horníček, Jan Pivec a další:

<https://www.youtube.com/watch?v=PYu92DEl8Eg>

Pokud budete mít dlouhou chvíli, projed'te se po nějaké světové metropoli:

<https://driveandlisten.herokuapp.com/>

Nebo si zajděte do Národního muzea:

<https://www.nm.cz/navstivte-nas/objekty/muzejni-komplex-narodniho-muzea>

Doufám, že jste všichni zdraví a že nemáte žádné závažné problémy, ale pouze problémy „všedního dne“.

Mějte se co nejlépe, ať se vám daří.

Srdečně zdraví J. B.

23. 11. 2020