Konvergence řad 3
řady s obecnými členy

6. cvičení

Matematická analýza 2, NMMA102, Ondřej Bouchala

Teorie:

VĚTA 1 (Leibnizovo kritérium)

Nechť $\{a_n\}$ je monotónní posloupnost, $\lim a_n = 0$. Potom řada $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ konverguje.

Příklady:

31. Rozhodněte, zda platí následující výroky. Dokažte:
    (a) Předpoklad monotonie v Leibnizově větě nelze vynechat.
    (b) Předpoklad monotonie v Leibnizově větě lze vynechat pokud přidáme předpoklad $a_n \geq 0$.
    (c) Konvergentní řada je absolutně konvergentní.
    (d) Nechť $a_n > 0$ pro všechna n. Pokud $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje, pak $a_{n+1} \leq a_n$ pro všechna $n \geq 1$.
    (e) Nechť $a_n > 0$ pro všechna n. Pokud $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje, pak existuje n_0 takové, že $a_{n+1} \leq a_n$ pro všechna $n \geq n_0$.

Určete, zda následující řady (absolutně) konvergují:

32. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+3}}$
33. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3+1}$
34. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}}$
35. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi)}{n}$
36. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n}$
37. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} x^n$, $x \in \mathbb{R}$
38. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\left(2+\frac{1}{n}\right)^n}$
39. $\sum_{n=1}^{\infty} \cos(n^2\pi) \left(\sqrt{n+11} - \sqrt{n+2}\right)$
40. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$
41. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(n^{n^a} - 1\right)$, $a \in \mathbb{R}$
42. $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin\left(\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}\right) \sqrt{\sin\frac{1}{n}}$
43. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$
44. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\sqrt[n]{3} - 1\right)$