Úvod do optimalizace

Písemná práce – ukázka

Příklad 1. [4 b.] Vyřešte graficky duální úlohu k úloze

$$
\begin{array}{lccccccc}
\min & 2x_1 & + & x_2 & & & & \\
\text{s.t.} & 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & \leq & 3, \\
 & x_1 & - & x_2 & - & x_3 & \geq & 2, \\
 & x_1 \geq 0, & & x_2 \geq 0, & & x_3 \geq 0. & &
\end{array}
$$

S využitím komplementarity nalezněte optimální řešení původní úlohy. Formulujte slabou větu o dualitě.

Příklad 2. [4 b.] Napište Farkasovu větu pro existenci řešení soustavy

$$
\begin{array}{rcrcrcrcrcl}
2x & + & 3y & - & u & + & 2w & - & v & \leq & 2, \\
-x & + & 2y & & & + & w & - & 5v & = & 6, \\
3x & & & + & 4u & + & 7w & + & v & \geq & 3,
\end{array}
$$

s vlastností $x, y \geq 0$, $u \leq 0$ a $w, v \in \mathbb{R}$. Formulujte obecnou Farkasovu větu.

Příklad 3. [4 b.] Úlohu nalezení bodu z množiny

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \; x + 2 \geq (y-1)^2 + 2, \; x + 2y \geq 2, \; x \geq 0, \; y \geq 0\}$$

který je nejblíže k bodu $(-1, 0)$, formulujte jako úlohu NLP. Sestavte příslušné SLPO a ověřte, zda jsou splněny pro bod $(1, 1)$. SLPO formulujte i obecně.

Teorie. [8 b.] Lineární programování – úloha ve standardním tvaru, rozklad množiny přípustných řešení, podmínky optimality.