# EXTRÉMY FUNKCÍ VÍCE PROMĚNNÝCH I

Nalezněte extrémy funkce $f$ na množině $M$.
*Úlohy jsou řešitelné bez použití Lagrangeovy věty o multiplikátorech.*

**1.** $f(x,y) = x + y$,
$M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$

**2.** $f(x,y) = e^x$,
$M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 2y^2 \leq 1\}$

**3.** $f(x,y) = x^2 + y$,
$M = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$

**4.** $f(x,y,z) = (x+y)^2 + (x-y)^2 + z$,
$M = \langle -1, 1\rangle \times \langle -1, 1\rangle \times \langle -1, 1\rangle$

**5.** $f(x,y) = x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z$,
$M = \mathbb{R}^3$

**6.** $f(x,y) = (x^2 + y^2)e^{-(x^2+y^2)}$,
$M = \mathbb{R}^2$

**7.** $f(x,y) = \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b}, a > 0, b > 0;$
$M = \left\{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1\right\}$

**8.** $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$,
$M = \left\{[x,y,z] \in \mathbb{R}^3, \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} \leq 1\right\}$, kde $a > b > c > 0$

**9.** $f(x,y) = (x+y)e^{-2x-3y}$,
$M = \langle 0, \infty) \times \langle 0, \infty)$

**10.** Určete rozměry vodní nádrže ve tvaru kvádru o objemu $32\mathrm{m}^3$ tak, aby dno a stěny měly dohromady nejmenší možný povrch.

VÝSLEDKY

**1.** maximum v $\left[\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$,
minimum v $\left[-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right]$

**2.** maximum v $[1, 0]$,
minimum v $[-1, 0]$

**3.** maximum v $[1, 0]$ a $[0, 1]$,
minimum v $[0, 0]$

**4.** maximum v $[1, 1, 1]$, $[1, -1, 1]$, $[-1, 1, 1]$, $[-1, -1, 1]$,
minimum v $[0, 0, -1]$

**5.** maximum neexistuje,
minimum v $[-1, -2, 3]$

**6.** maximum v $[0, 0]$,
minimum v bodech $[x, y]$, kde $x^2 + y^2 = 1$

**7.** maximum v $\left[a/\sqrt{a^2+b^2}, b/\sqrt{a^2+b^2}\right]$,
minimum v $\left[-a/\sqrt{a^2+b^2}, -b/\sqrt{a^2+b^2}\right]$

**8.** maximum v $[a, 0, 0]$, $[-a, 0, 0]$,
minimum v $[0, 0, 0]$

**9.** maximum v $\left[\frac{1}{2}, 0\right]$,
minimum v $[0, 0]$

**10.** Dno nádrže bude čtverec 4m $\times$ 4m, hloubka nádrže bude 2m