

HODNOST MATICE, SOUSTAVY LINEÁRNÍCH ROVNIC

Určete hodnotu matice v závislosti na parametru $a \in \mathbb{R}$.

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 5 & 1 \\ 3 & 6 & 7 & 5 \\ 4 & 8 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} 2(a-1) & (3a+1) & a & 2a \\ (1-a) & -2 & -1 & 2 \\ a & 2a & a & a+1 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 & 5 \\ 6 & 15 & 12 & 25 & 42 \\ 2 & 5 & 4 & 8 & 14 \\ 1 & -1 & 2 & -4 & -7 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -3 \\ 7 & -2 & 2 & -10 \\ 7 & -1 & 1 & -9 \\ 2 & 0 & -2 & -4 \\ 6 & -1 & 2 & -7 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & a \\ 1 & 1 & a & a^2 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & 2 & 1 & 2 & a \\ 5 & 6 & 7 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & a & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 2(a-1) & (3a+1) & a \\ (1-a) & -2 & -1 \\ a & 2a & a \end{pmatrix}$$

Najděte řešení soustavy lineárních rovnic, pokud existuje.

$$8. \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x + 3y = 1 \\ -y + z = 1 \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 - x_4 = -3 \\ x_1 - 2x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 2 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x - z = -2 \\ -x + y = 1 \\ 2x + y + 3z = 13 \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 - x_4 = -1 \\ x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 = -1 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = -5 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ 7x_1 - x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 15 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = -3 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5 \\ 6x_1 + 15x_2 + 12x_3 + 25x_4 = 42 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 14 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 4x_4 = -7 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - x_4 = -1 \\ x_1 - 2x_4 = -2 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = -1 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 1 \\ -2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = -1 \\ ax_1 + ax_2 - 2x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_4 = -1 \end{cases}$$

v závislosti na parametru $a \in \mathbb{R}$

VÝSLEDKY

1. 3
2. 3
3. 3 pro $a \neq 1$, 1 pro $a = 1$
4. 3 pro $a \neq 0, -1, 2$, jinak 2
5. 3 pro $a \neq -1$, 2 pro $a = -1$
6. 3
7. hodnost 4 pro $a \neq 1$, pro $a = 1$ hodnost 3
8. $x = 5, y = -3, z = -2$
9. $x = 1, y = 2, z = 3$
10. $(1, 0, 2, 0)$
11. $(2, -3, 2, 2)$
12. $(-4, 2, -1, -3)$
13. $(5, -3, 3, 6)$
14. nekonečně mnoho řešení tvaru $(-3 - 2t, 4, t, 0)$, $t \in \mathbb{R}$
15. Pokud $a \neq 1$, pak $x_1 = \frac{5a + 12}{6(a - 1)}, x_2 = -\frac{5a + 6}{6(a - 1)}, x_3 = -\frac{a + 6}{2(a - 1)}, x_4 = \frac{a}{2(a - 1)}$. Pokud $a = 1$, pak soustava nemá řešení.