

OTEVŘENÉ A UZAVŘENÉ MNOŽINY

Rohodněte, zda následující množiny jsou otevřené/uzavřené a určete vnitřek, hranici, uzávěr.

- \mathbb{Q}
 - \mathbb{N}
 - $\left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}$
 - $(-\infty, 0) \cup \{x \in \mathbb{Q} : x > 0\}$
- $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y \leq 0\}$
- $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$
- $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1\}$
- $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + e^y > 17\}$
- $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : |x + y| > x + y\}$
- $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : |x - y| = x - y\}$
- $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 + 2xy = 5\}$
- $\{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y > 0, x + y = 2, z \leq 0\}$

VÝSLEDKY

- (a) $\text{Int } \mathbb{Q} = \emptyset$, $H(\mathbb{Q}) = \overline{\mathbb{Q}} = \mathbb{R}$, \mathbb{Q} není otevřená ani uzavřená.

(b) \mathbb{N} je uzavřená, $\text{Int } \mathbb{N} = \emptyset$, $H(\mathbb{N}) = \overline{\mathbb{N}} = \mathbb{N}$

(c) Množina není uzavřená ani otevřená, vnitřek je prázdný, hranice i uzávěr jsou $\left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\} \cup \{0\}$.

(d) Ani otevřená, ani uzavřená, vnitřek $(-\infty, 0)$, uzávěr \mathbb{R} , hranice $[0, \infty)$.
- Množina není uzavřená ani otevřená. Vnitřek je $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x > 0, y < 0\}$, uzávěr $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x \leq 0, y \leq 0\}$, hranice $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x \leq 0 \ \& \ y \leq 0 \ \& \ (x = 0 \vee y = 0)\}$.
- Otevřená, uzávěr $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$, hranice $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$.
- Uzavřená, vnitřek $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 > 1\}$, hranice $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$.
- Otevřená, hranice $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + e^y = 17\}$, uzávěr $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + e^y \leq 17\}$
- Otevřená, uzávěr $\{[x, y] : x + y \leq 0\}$, hranice $\{[x, y] : x + y = 0\}$.
- Uzavřená, vnitřek $\{[x, y] : x + y > 0\}$, hranice $\{[x, y] : x + y = 0\}$.
- Uzavřená, prázdný vnitřek.
- Ani uzavřená ani otevřená, vnitřek prázdný, hranice i uzávěr $\{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, x + y = 2, z \leq 0\}$.