

9. LIMITA FUNKCE

Přímo z definice spočtete limity (nebo ukažte, že neexistují).

1. $\lim_{x \rightarrow a} x$ 2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$ 3. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$ 4. $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$

Spočtete následující limity.

5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1}$ 8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 1}$ 11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(1 + 2^x)}{x}$
 6. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 2x + 1}$ 9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}$
 7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{100} - 1}{x - 1}$ 10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x - 1}$

Užitím limit $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x+1)}{x} = 1$ spočtete:

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ 20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x^4 + e^x)}{\log(x + e^{2x})}$
 13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \sin x)}{x}$ 21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x^2 + e^{2x^2})}{\log(x^2 + e^{3x^2})}$
 14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos x)}{x^2}$ 22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$
 15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x}$ 23. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3^x + 5^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$
 16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{x}$ 24. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x}\right)^x$
 17. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{3})}{1 - 2 \cos x}$ 25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 1}{n^2 - 1}\right)^{\sqrt{n^3 + 3n^2}}$
 18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x^3}$ 26. Vzorová zkoušková úloha:
 19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{1 + x \sin x} - \sqrt{\cos x}}$ $\lim_{x \rightarrow \pi} (-\cos x)^{\operatorname{cotg}^2 x}$

Vyšetřete konvergenci řad.

27. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n}$ 28. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{e^{\sqrt{n+1}}}{e^{\sqrt{n}}} - 1\right)^3$

VÝSLEDKY

1. a
2. ∞
3. 0
4. Limita neexistuje.
5. 2
6. $-\frac{1}{2}$
7. 100
8. ∞
9. $\frac{3}{2}$
10. $\frac{n(n+1)}{2}$
11. $\log 2$
12. $\frac{1}{2}$
13. 1
14. $-\frac{1}{2}$
15. -1
16. 2
17. $\frac{1}{\sqrt{3}}$
18. $\frac{1}{4}$
19. $\frac{4}{3}$
20. $\frac{1}{3}$
21. $\frac{3}{4}$
22. e
23. $\sqrt{15}$
24. e
25. 1
26. $\frac{1}{\sqrt{e}}$
27. D
28. K