

## 10. LIMITA FUNKCE

Přímo z definice spočtete limity (nebo ukažte, že neexistují).

1.  $\lim_{x \rightarrow a} x$       2.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$       3.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$       4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$

Spočtete následující limity.

5.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1}$       8.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 1}$       11.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(1 + 2^x)}{x}$   
 6.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 2x + 1}$       9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}$   
 7.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{100} - 1}{x - 1}$       10.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x - 1}$

Užitím limit  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x+1)}{x} = 1$  spočtete:

12.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$       20.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x^4 + e^x)}{\log(x + e^{2x})}$   
 13.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \sin x)}{x}$       21.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(x^2 + e^{2x^2})}{\log(x^2 + e^{3x^2})}$   
 14.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos x)}{x^2}$       22.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$ , kde  $x \in \mathbb{R}$   
 15.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x}$       23.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3^x + 5^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$   
 16.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{x}$       24.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x}\right)^x$   
 17.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{3})}{1 - 2 \cos x}$   
 18.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x^3}$       25.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 1}{n^2 - 1}\right)^{\sqrt{n^3 + 3n^2}}$   
 19.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{1 + x \sin x} - \sqrt{\cos x}}$       26.  $\lim_{x \rightarrow \pi} (-\cos x)^{\cot^2 x}$

Vyšetřete konvergenci řad.

27.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n}$       28.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{e^{\sqrt{n+1}}}{e^{\sqrt{n}}} - 1\right)^3$       29.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \log \frac{n}{n+1}$

## VÝSLEDKY

- |                        |                          |
|------------------------|--------------------------|
| 1. $a$                 | 16. 2                    |
| 2. $\infty$            | 17. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ |
| 3. 0                   | 18. $\frac{1}{4}$        |
| 4. Limita neexistuje.  | 19. $\frac{4}{3}$        |
| 5. 2                   | 20. $\frac{1}{3}$        |
| 6. $-\frac{1}{2}$      | 21. $\frac{3}{4}$        |
| 7. 100                 | 22. $e^x$                |
| 8. $\infty$            | 23. $\sqrt{15}$          |
| 9. $\frac{3}{2}$       | 24. $e$                  |
| 10. $\frac{n(n+1)}{2}$ | 25. 1                    |
| 11. $\log 2$           | 26. $\frac{1}{\sqrt{e}}$ |
| 12. $\frac{1}{2}$      | 27. D                    |
| 13. 1                  | 28. K                    |
| 14. $-\frac{1}{2}$     | 29. K                    |
| 15. -1                 |                          |