

14. PRIMITIVNÍ FUNKCE (1/2)

Nalezněte následující primitivní funkce na maximálních intervalech, kde existují.

- | | | |
|--|--|---|
| 1. $\int x^9 + \frac{1}{x} - 5e^x + x^{-3} - \cos x \, dx$ | 15. $\int x \operatorname{arctg} x \, dx$ | 29. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 5}} \, dx$ |
| 2. $\int x^2 \cos x \, dx$ | 16. $\int x^3 \sin x \, dx$ | 30. $\int (2^x + 3^x)^2 \, dx$ |
| 3. $\int \frac{x}{1 + x^4} \, dx$ | 17. $\int e^x \cos x \, dx$ | 31. $\int \frac{\log x}{x\sqrt{1 + \log x}} \, dx$ |
| 4. $\int x \, dx$ | 18. $\int \log x \, dx$ | 32. $\int \frac{1}{\sin x} \, dx$ |
| 5. $\int \frac{x^2 + 3x + 6}{x^4} \, dx$ | 19. $\int x^n e^x \, dx, n \in \mathbb{N}$ | 33. $\int \frac{\sin x}{1 + \sin^4 x} \cos x \, dx$ |
| 6. $\int \frac{1}{\sqrt{2 - 5x}} \, dx$ | 20. $\int \operatorname{arctg} x \, dx$ | 34. $\int \frac{2x}{2 + 2x^2 + x^4} \, dx$ |
| 7. $\int \frac{1}{2x + 3} \, dx$ | 21. $\int \cos^2 x \, dx$ | 35. $\int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^3 x}} \, dx$ |
| 8. $\int x(1 - x)^{10} \, dx$ | 22. $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^2} \, dx$ | 36. $\int \frac{x^2}{(8x^3 + 27)^{2/3}} \, dx$ |
| 9. $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 2} \, dx$ | 23. $\int x^2 \sin(2x) \, dx$ | 37. $\int x^5 e^{x^3} \, dx$ |
| 10. $\int \frac{x^2}{1 + x^2} \, dx$ | 24. $\int \cos^5 x \sqrt{\sin x} \, dx$ | 38. $\int e^{\sqrt{x}} \, dx$ |
| 11. $\int 2e^{3x} - \sqrt[5]{5 - x} \, dx$ | 25. $\int e^{ax} \cos(bx) \, dx,$ $a, b \in \mathbb{R}$ | 39. $\int \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} \, dx$ |
| 12. $\int \max\{x, x^2\} \, dx$ | 26. $\int \frac{\operatorname{arctg} e^x}{e^x} \, dx$ | 40. $\int \frac{x^3}{x^8 + 1} \, dx$ |
| 13. $\int \cos x \, dx$ | 27. $\int \operatorname{tg} x \, dx$ | 41. $\int \sqrt{4 - x^2} \, dx$ |
| 14. $\int 2x + 1 \, dx$ | 28. $\int \frac{1}{x \log x} \, dx$ | 42. $\int \sqrt{x^2 + a^2} \, dx,$ $a > 0$ |

VÝSLEDKY

Výsledky jsou uvedeny „až na konstantu“, tzn. $F(x)$ znamená, že primitivní funkce jsou právě všechny funkce tvaru $F(x) + C$, kde $C \in \mathbb{R}$.

1. $\frac{x^{10}}{10} + \log|x| - 5e^x - \frac{1}{2x^2} - \sin x$ na $(-\infty, 0)$ a $(0, \infty)$
2. $x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x$ na \mathbb{R}
3. $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} x^2$, $x \in \mathbb{R}$
4. $\operatorname{sgn} x \cdot \frac{x^2}{2}$ na \mathbb{R}
5. $-\frac{1}{x} - \frac{3}{2x^2} - \frac{2}{x^3}$ na $(-\infty, 0)$ a $(0, \infty)$
6. $-\frac{2}{5} \sqrt{2 - 5x}$ na $(-\infty, \frac{2}{5})$
7. $\frac{1}{2} \log|2x + 3|$ na $(-\infty, -\frac{3}{2})$ a $(-\frac{3}{2}, \infty)$
8. $-\frac{(1-x)^{11}}{11} + \frac{(1-x)^{12}}{12}$ na \mathbb{R}
9. $\operatorname{arctg}(x+1)$ na \mathbb{R}
10. $x - \operatorname{arctg} x$ na \mathbb{R}
11. $\frac{2}{3}e^{3x} + \frac{5(5-x)^{\frac{6}{5}}}{6}$ na \mathbb{R}
12. $F(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{3} & x \in (-\infty, 0) \\ \frac{x^2}{2} & x \in [0, 1] \\ \frac{x^3}{3} + \frac{1}{6} & x \in (1, \infty) \end{cases}$
13. $F(x) = \begin{cases} \sin x + 4k & x \in [-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi], k \in \mathbb{Z} \\ -\sin x + 4k + 2 & x \in (\frac{\pi}{2} + 2k\pi, 3\frac{\pi}{2} + 2k\pi), k \in \mathbb{Z} \end{cases}$
14. $F(x) = \begin{cases} -(x^2 + x) & x < -\frac{1}{2} \\ x^2 + x + \frac{1}{2} & x \geq -\frac{1}{2} \end{cases}$
15. $\frac{x^2}{2} \operatorname{arctg} x - \frac{x}{2} + \frac{\operatorname{arctg} x}{2}$ na \mathbb{R}
16. $-x^3 \cos x + 3x^2 \sin x + 6x \cos x - 6 \sin x$ na \mathbb{R}

17. $\frac{1}{2}(e^x \sin x + e^x \cos x)$ na \mathbb{R}
18. $x \log x - x$ na $(0, \infty)$
19. $I_n := \int x^n e^x dx = x^n e^x - nI_{n-1}; I_1 := x e^x - e^x$ na \mathbb{R}
20. $x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \log(1 + x^2)$ na \mathbb{R}
21. $\frac{x}{2} + \frac{\sin(2x)}{4}$ na \mathbb{R}
22. $\frac{1}{2} \operatorname{arctg}^2 x$ na \mathbb{R}
23. $-\frac{2x^2 - 1}{4} \cos(2x) + \frac{x}{2} \sin(2x)$ na \mathbb{R}
24. $\frac{2}{3}(\sin x)^{\frac{3}{2}} - \frac{4}{7}(\sin x)^{\frac{7}{2}} + \frac{2}{11}(\sin x)^{\frac{11}{2}}$ na $(2k\pi, (2k+1)\pi), k \in \mathbb{N}$
25. $\frac{e^{ax}}{a^2 + b^2}(a \cos(bx) + b \sin(ax))$ na \mathbb{R}
26. $-e^{-x} \operatorname{arctg} e^x - \frac{1}{2} \log \frac{e^{2x}}{1 + e^{2x}}$ na \mathbb{R}
27. $-\log |\cos x|$ na $(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi), k \in \mathbb{Z}$
28. $\log |\log x|$ na $(0, 1)$ a $(1, \infty)$
29. $\sqrt{x^2 + 5}$ na \mathbb{R}
30. $\frac{4^x}{\log 4} + 2 \frac{6^x}{\log 6} + \frac{9^x}{\log 9}$ na \mathbb{R}
31. $\frac{2}{3}(1 + \log x)^{\frac{3}{2}} - 2(1 + \log x)^{\frac{1}{2}}$ na $(\frac{1}{e}, \infty)$
32. $\log |\operatorname{tg} \frac{x}{2}|$ na $(k\pi, (k+1)\pi), k \in \mathbb{N}$
33. $\frac{1}{2} \operatorname{arctg}(\sin^2 x)$ na \mathbb{R}
34. $\operatorname{arctg}(x^2 + 1)$ na \mathbb{R}
35. $\frac{2}{\sqrt{\cos x}}$ na $(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi), k \in \mathbb{Z}$
36. $\frac{1}{8} \sqrt[3]{8x^3 + 27}$ na $(-\infty, -\frac{3}{2}), (-\frac{3}{2}, \infty)$
37. $\frac{1}{3}(x^3 - 1)e^{x^3}$ na \mathbb{R}

38. $2(\sqrt{x} - 1)e^{\sqrt{x}}$ na $(0, \infty)$
39. $\cos \frac{1}{x}$ na $(-\infty, 0), (0, \infty)$
40. $\frac{1}{4} \operatorname{arctg}(x^4)$ na \mathbb{R}
41. $2 \arcsin \frac{x}{2} + \sin(2 \arcsin \frac{x}{2}) = 2 \arcsin \frac{x}{2} + \frac{x}{2} \sqrt{4 - x^2}$ na $(-2, 2)$
42. $\frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2} \log(x + \sqrt{x^2 + a^2})$ na \mathbb{R}