

## 20. APLIKACE URČITÉHO INTEGRÁLU

Spočítejte obsah rovinné plochy vymezené křivkami.

1.  $y = \frac{1}{1+x^2}, \quad y = \frac{x^2}{2}$

2.  $y = x^2, \quad x + y = 2$

3.  $ay = x^2, \quad ax = y^2$

4.  $y^2 = 2x + 1, \quad x - y - 1 = 0$

5.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

6. Vypočítejte objem a povrch koule o poloměru  $r$ .

Spočítejte délku grafu funkce.

7.  $f(x) = x^{3/2}, \quad x \in [0, 4]$

8.  $f(x) = \frac{x^2}{2}, \quad x \in [0, 1]$

9.  $f(x) = e^x, \quad x \in [0, x_0]$

Spočítejte délky následujících křivek.

10.  $x = \frac{y^2}{4} - \frac{\log y}{2}, \quad y \in [1, e]$

11.  $x^2 + y^2 = 1$

12.  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$

## VÝSLEDKY

1.  $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$
2.  $\frac{9}{2}$
3.  $\frac{a^2}{3}$
4.  $\frac{16}{3}$
5.  $\pi ab$
6. objem:  $\frac{4}{3}\pi r^3$ , povrch:  $4\pi r^2$
7.  $\frac{8}{27}(10\sqrt{10} - 1)$
8.  $-\frac{1}{2}\log(\sqrt{2} - 1) + \frac{\sqrt{2}}{2}$
9.  $x_0 - \sqrt{2} + \sqrt{1 + e^{2x_0}} - \log \frac{1 + \sqrt{1 + e^{2x_0}}}{1 + \sqrt{2}}$
10.  $\frac{e^2 + 1}{4}$
11.  $2\pi$
12.  $6a$