

MOCNINNÉ ŘADY

Určete poloměr konvergence mocninné řady.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^3}$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a\sqrt{n}} x^n, a > 0$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2 x^n}{(2n)!}$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3 + (-1)^n)^n}{n} x^n$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n!}}{n!}$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{a^n + b^n}, a, b > 0$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} x^n, p \in \mathbb{R}$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} \left(na^n + \frac{b^n}{n^2} \right) x^n, 0 < a < b$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-2)^n}{n} (x+1)^n$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2} x^n$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} x^{n^2}$$

12. Rozviňte funkci $\frac{1}{2-x}$ do mocninné řady se středem (a) 0, (b) 1.

Rozviňte následující funkce do mocninné řady se středem 0. Pro která $x \in \mathbb{R}$ je součet řady roven původní funkci?

$$13. e^{-x^2}$$

$$17. \sin^2 x$$

$$14. \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

$$18. \operatorname{arctg} x$$

$$15. \frac{x}{\sqrt{1-2x}}$$

$$19. \frac{x}{1+x-2x^2}$$

$$16. \frac{1}{(1+x^2)^2}$$

$$20. \log(1+x+x^2+x^3)$$

21. Mějme funkci $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{pro } x \neq 0, \\ 0 & \text{pro } x = 0. \end{cases}$

Taylorova řada funkce f se středem 0 pak konverguje pro všechna $x \in \mathbb{R}$, avšak její součet se nerovná $f(x)$ pro žádné $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

VÝSLEDKY

- | | |
|---|--|
| <p>1. 1</p> <p>2. 4</p> <p>3. 1</p> <p>4. 1</p> <p>5. $\frac{1}{3}$</p> <p>6. $\frac{1}{e}$</p> | <p>7. 1</p> <p>8. $\frac{1}{4}$</p> <p>9. $\max\{a, b\}$</p> <p>10. $\frac{1}{b}$</p> <p>11. 1</p> |
| <p>12. (a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^{n+1}}, x \in (-2, 2)$ (b) $\sum_{n=0}^{\infty} (x-1)^n, x \in (0, 2)$</p> | |
| <p>13. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n!}, x \in \mathbb{R}$</p> | |
| <p>14. $-1 - \sum_{n=1}^{\infty} 2x^{2n}, x \in (-1, 1)$</p> | |
| <p>15. $\sum_{n=0}^{\infty} \binom{-1/2}{n} (-2)^n x^{n+1}, x \in (-1/2, 1/2)$</p> | |
| <p>16. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (n+1) x^{2n}, x \in (-1, 1)$</p> | |
| <p>17. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^{2n-1}}{(2n)!} x^{2n}, x \in \mathbb{R}$</p> | |
| <p>18. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1}, x \in [-1, 1]$</p> | |
| <p>19. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3} (1 - (-2)^n) x^n, x \in (-1/2, 1/2)$</p> | |
| <p>20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} (x^n + x^{2n}), x \in (-1, 1]$</p> | |