

**Kalkulus 1, 2023-24, vzorové zadání první zápočtové písemky**

- a) Najděte Taylorův polynom druhého řádu v bodě 0 pro funkci  $f(x) = \frac{1+x}{\cos x}$ . (7 bodů)  
b) Najděte Taylorův polynom druhého řádu v bodě 0 pro funkci  $g(x) = \log(1 + 2x - x^2)$ . (7 bodů)  
c) Spočtěte následující limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \frac{1+x}{\cos x} - \log(1 + 2x - x^2) - 2}{x^2} \quad (6 \text{ bodů})$$

**Kalkulus 1, 2023-24, vzorové zadání druhé zápočtové písemky, varianta A**  
(tři lehčí příklady)

Nalezněte primitivní funkce k funkci  $f(x)$  na maximálních otevřených intervalech definičního oboru, kde funkce  $f(x)$  je zadána předpisem:

a) (8 bodů)

$$f(x) := \begin{cases} \operatorname{arctg} x & x \leq 1, \\ \frac{\pi}{4} + (x-1)^2 & x \geq 1. \end{cases}$$

b) (5 bodů)

$$f(x) := \frac{3x-4}{x^2-2x+5}$$

c) (7 bodů)

$$f(x) := \frac{(5 \sin x - 10) \cos x}{-\cos^2 x - \sin x - 5}$$

**Kalkulus 1, 2023-24, vzorové zadání druhé zápočtové písemky, varianta B**  
(jeden těžší příklad)

Nalezněte primitivní funkci k funkci

$$\frac{1}{x\sqrt{x^2+4}}$$

na maximálních otevřených intervalech definičního oboru.

1. Vyšetřete konvergenci následujících integrálů

a) (7 bodů)

$$\int_2^{\infty} \frac{\sin(\frac{\pi}{6} + \frac{1}{x}) - \frac{1}{2}}{12x + 4} dx$$

b) (6 bodů)

$$\int_3^5 \frac{\log(x^2 + 1)}{e^{x-4} - 1} \sqrt{|x - 4|} dx$$

2. Spočítejte hodnotu následujícího Riemannova-Stieltjesova integrálu

$$\int_0^3 (x^2 + 5) dg(x), \quad \text{kde } g(x) := \begin{cases} 6 & \text{pokud } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{pokud } 1 \leq x < 2 \\ -8 & \text{pokud } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

(7 bodů)

**Kalkulus 1, 2023-24, vzorové zadání čtvrté zápočtové písemky**

a) Nalezněte maximální řešení rovnice

$$y' = \frac{(y-2)(y+1)}{3} \cdot \frac{-1}{(x-\frac{1}{2})^2}, \quad y(-\frac{1}{2}) = 0.$$

b) Nalezněte maximální řešení rovnice

$$y'' + 2y' - 3y = -6x^2 + 8x - 5, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$