

1. Dvojice součástek má dobu životnosti popsánu sdruženou hustotou

$$(1) \quad f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{2} e^{-x-y/2} I\{x, y > 0\}.$$

- (a) Jaká je pravděpodobnost, že druhá součástka přežije první?
- (b) Jaká je pravděpodobnost, že druhá součástka alespoň dvakrát přežije první?
- (c) Určete distribuční funkci náhodné veličiny $Z = X + Y$.
- (d) Určete distribuční funkci náhodné veličiny $W = X - Y$.

2. Necht' X, Y jsou nezávislé náhodné veličiny s rovnoměrným rozdělením na $(0, 1)$. Najděte distribuční funkce a hustotu náhodné veličiny $Z = X + Y$.

3. Ověřte, zda vztah $P(X = j) = \frac{j}{55}, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ určuje rozdělení náhodné veličiny X a spočtěte její střední hodnotu.

4. Najděte střední hodnotu pro náhodné veličiny s hustotami

- (a) $f(x) = 3x^2 \cdot I\{0 < x < 1\}$
- (b) $f(x) = 4x^3 \cdot I\{0 < x < 1\}$
- (c) $f(x) = \sin x \cdot I\{0 < x < \frac{\pi}{2}\}$
- (d) $f(x) = \frac{1}{2} \sin x \cdot I\{0 < x < \pi\}$.

5. Náhodná veličina nabývá hodnot $k = 1, 2, \dots$ s pravděpodobnostmi, která je úměrná 3^{-k} . Určete střední hodnotu takové náhodné veličiny.

6. Náhodná veličina má spojitou distribuční funkci ve tvaru

$$(2) \quad F(x) = a + b \cdot \arcsin x \text{ na } (-1, 1), \quad F(x) = 0 \text{ pro } x < -1, \quad \text{a } F(x) = 1 \text{ pro } x > 0.$$

Určete konstanty a, b a střední hodnotu n.v. X .

7. Sdružené rozdělení náhodných veličin U a V je dáno následující tabulkou.

$$(3) \quad \begin{array}{c|ccc} U \setminus V & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ \hline 2 & 0.2 & 0.1 & 0.1 \end{array}$$

Najděte marginální rozdělení U, V , jejich střední hodnoty, rozptyly a korelační koeficient.

8. Spočtěte korelační koeficient n.v. X a $Y = X^2$, kde $X \sim R(0, 1)$. Jsou náhodné veličiny X a Y nezávislé?

9. Necht' X má rovnoměrné rozdělení na intervalu $(1, 2)$. Určete korelační koeficient $\rho_{X, 1/X}$.

10. Určete korelační koeficient složek náhodného vektoru (X, Y) , který má rovnoměrné rozdělení v trojúhelníku ohraničeném přímkami $x = 0, y = 0, x + y = c$, kde c je parametr.

1. Dvojice součástí má dobu životnosti popsánu sdruženou hustotou

$$(4) \quad f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{2} e^{-x-y/2} I\{x, y > 0\}.$$

- (a) Jaká je pravděpodobnost, že druhá součástka přežije první?
- (b) Jaká je pravděpodobnost, že druhá součástka alespoň dvakrát přežije první?
- (c) Určete distribuční funkci náhodné veličiny $Z = X + Y$.
- (d) Určete distribuční funkci náhodné veličiny $W = X - Y$.

2. Necht' X, Y jsou nezávislé náhodné veličiny s rovnoměrným rozdělením na $(0, 1)$. Najděte distribuční funkce a hustotu náhodné veličiny $Z = X + Y$.

3. Ověřte, zda vztah $P(X = j) = \frac{j}{55}, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ určuje rozdělení náhodné veličiny X a spočtěte její střední hodnotu.

4. Najděte střední hodnotu pro náhodné veličiny s hustotami

- (a) $f(x) = 3x^2 \cdot I\{0 < x < 1\}$
- (b) $f(x) = 4x^3 \cdot I\{0 < x < 1\}$
- (c) $f(x) = \sin x \cdot I\{0 < x < \frac{\pi}{2}\}$
- (d) $f(x) = \frac{1}{2} \sin x \cdot I\{0 < x < \pi\}$.

5. Náhodná veličina nabývá hodnot $k = 1, 2, \dots$ s pravděpodobnostmi, která je úměrná 3^{-k} . Určete střední hodnotu takové náhodné veličiny.

6. Náhodná veličina má spojitou distribuční funkci ve tvaru

$$(5) \quad F(x) = a + b \cdot \arcsin x \text{ na } (-1, 1), \quad F(x) = 0 \text{ pro } x < -1, \quad \text{a } F(x) = 1 \text{ pro } x > 0.$$

Určete konstanty a, b a střední hodnotu n.v. X .

7. Sdružené rozdělení náhodných veličin U a V je dáno následující tabulkou.

$U \setminus V$	1	2	3
1	0.1	0.2	0.3
2	0.2	0.1	0.1

Najděte marginální rozdělení U, V , jejich střední hodnoty, rozptyly a korelační koeficient.

8. Spočtěte korelační koeficient n.v. X a $Y = X^2$, kde $X \sim R(0, 1)$. Jsou náhodné veličiny X a Y nezávislé?

9. Necht' X má rovnoměrné rozdělení na intervalu $(1, 2)$. Určete korelační koeficient $\rho_{X, 1/X}$.

10. Určete korelační koeficient složek náhodného vektoru (X, Y) , který má rovnoměrné rozdělení v trojúhelníku ohraničeném přímkami $x = 0, y = 0, x + y = c$, kde c je parametr.